

Самоорганизованная критичность в BML–модели транспортного потока

Д. В. Бельков, В. И. Зензеров
Донецкий национальный технический университет
E-mail: belkovdv@list.ru

Аннотация

Выполнено исследование модели BML (Biham-Middleton-Levine) движения автотранспорта с учетом самоорганизованной критичности. В результате определено, что в синхронизированном потоке имеется набор метастабильных критических состояний, переходящих друг в друга посредством лавин, процесс уменьшения потока при изменении плотности в пределах 0,5 – 0,8 происходит по степенному закону с достоверностью не ниже 0,77, а также получена ступенчатая зависимость параметра порядка d от управляющего параметра p при пороговом значении равном 0,5.

Введение

Для поиска эффективных стратегий управления транспортными потоками в мегаполисе, оптимальных решений по проектированию улично-дорожной сети и организации дорожного движения необходимо учитывать широкий спектр характеристик транспортного потока, закономерности влияния внешних и внутренних факторов на динамические характеристики потока.

Для моделирования движения автотранспорта получили большое развитие клеточные автоматы. В связи с этим, в теории транспортных потоков предложено множество моделей [1,2,3]. Целью данной статьи является моделирование плотного транспортного потока с учетом фаз синхронизированного потока и затора. Задача – исследование модели BML (Biham-Middleton-Levine) движения автотранспорта с учетом самоорганизованной критичности (SOC).

Теория самоорганизованной критичности является одной из парадигм синергетики. Она призвана объяснить такие закономерности, как масштабная инвариантность и прерывистое равновесие [4]. Согласно теории SOC естественная динамика сложных систем приводит их к критическим состояниям, т.е. системы самоорганизуют себя таким образом, чтобы оказаться в критическом состоянии.

Явление самоорганизованной критичности представляет собой по структуре набор метастабильных критических состояний, переходящих друг в друга посредством «лавин». Лавины могут быть как малыми, так и охватывающими всю систему, и те, и другие вызываются одинаково малыми внешними возмущениями.

Фазы транспортного потока

В современной теории транспортного потока важное место занимает фундаментальная диаграмма. Это зависимость потока от его плотности. Величина потока $q(x,t)$ равна числу машин, пересекающих сечение автомагистрали в точке x за единицу времени. Идеальная фундаментальная диаграмма, предложенная в модели Лайтхилла–Уизема, показана на рис. 1.

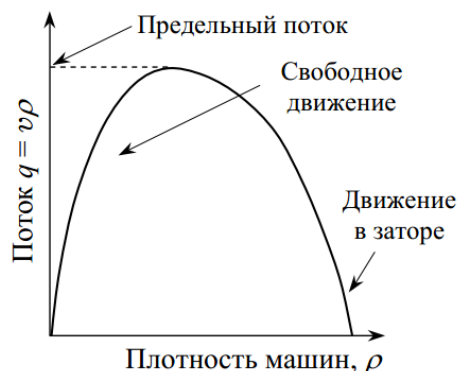


Рисунок 1 – Фундаментальная диаграмма

В транспортном потоке различают свободный и плотный потоки. В модели Б.С. Кернера [5] плотный поток состоит из двух фаз: синхронизированный поток и широкие перемещающиеся пробки. Таким образом, различаются три фазы движения транспортного потока и его свойства объясняются с помощью фазовых переходов между перечисленными состояниями потока. Эти состояния соответствуют различным фрагментам основной диаграммы.

При свободном движении, когда дорога не загружена, водители придерживаются желаемой скорости, свободно переходя на соседние полосы. Корреляции в движении

отдельных автомобилей подавлены, и средняя скорость машин определяется только средним расстоянием между ними.

Синхронизированное движение, соответствующее убывающей ветви основной диаграммы, возникает, когда водители не могут свободно маневрировать, и вынуждены согласовывать свою скорость со скоростью потока. Машины мешают друг другу разогнаться до оптимальной скорости, но поток не переходит в состояние затора. В таком потоке формируются большие кластеры автомобилей, которые перемещаются по автомагистрали как единое целое. Такой кластер может распространяться на все ряды магистрали и содержать десятки машин по направлению движения. В этом случае корреляции в движении отдельных автомобилей достаточно велики. С ростом плотности потока движение становится неустойчивым, и поток распадается на отдельные группы автомобилей с неравномерным движением. При уменьшении средней скорости до 20 км/ч начинается формирование заторов. Фазовые состояния в реальном транспортном потоке показаны на рис. 2.

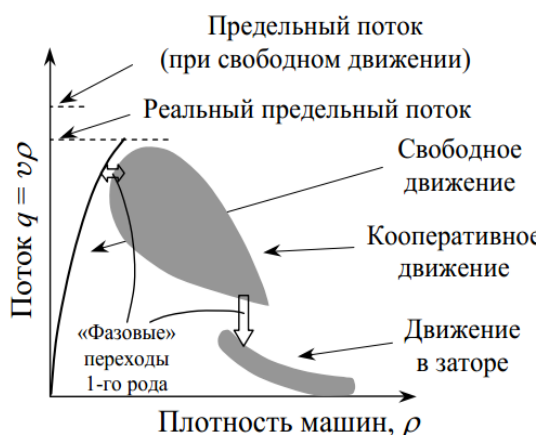


Рисунок 2 – Фазовые состояния транспортного потока

Переход от свободного (F) к плотному потоку в теории трех фаз соответствует возникновению фазы синхронизованного потока, т.е. фазовому переходу $F \rightarrow S$. Природу $F \rightarrow S$ перехода можно объяснить с помощью «соревнования» во времени и пространстве двух противоположных процессов: ускорения машин при обгоне более медленного автомобиля впереди, (переускорение), и в случае, когда обгон невозможен, торможения машин до скорости более медленного автомобиля (адаптация скорости). Переускорение поддерживает дальнейшее существование свободного потока. Адаптация скорости ведет к синхронизованному потоку.

Спонтанный $F \rightarrow S$ переход может произойти в широком диапазоне значений

величины потока q в свободном транспортном потоке. Основываясь на эмпирических данных измерений, Б.С. Кернером был сделан вывод, что существует бесконечное число значений пропускной способности автомагистрали в свободном потоке. Как показано на рис. 3, это бесконечное число значений пропускной способности находится в диапазоне между минимальным q_{th} и максимальным q_{max} значениями пропускной способности. Если величина потока близка к максимальному значению пропускной способности, то достаточно малое возмущение в свободном потоке вблизи узкого места приведет к спонтанному $F \rightarrow S$ фазовому переходу. Если величина потока близка к минимальному значению пропускной способности, то только возмущение большой амплитуды способно привести к спонтанному $F \rightarrow S$ фазовому переходу.

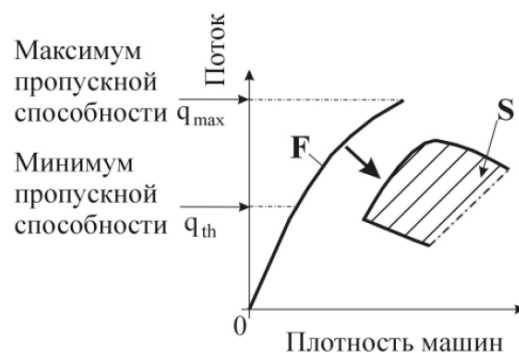


Рисунок 3 – Максимум и минимум пропускной способности

В теории трех фаз движение в заторе соответствует широкому движущемуся кластеру автомобилей. Такое состояние (wide moving jam, фаза J) не возникает в свободном потоке, но может возникнуть в области синхронизованного потока [6,7]. Образование затора является результатом каскада $F \rightarrow S \rightarrow J$ фазовых переходов, показанного на рис. 4.

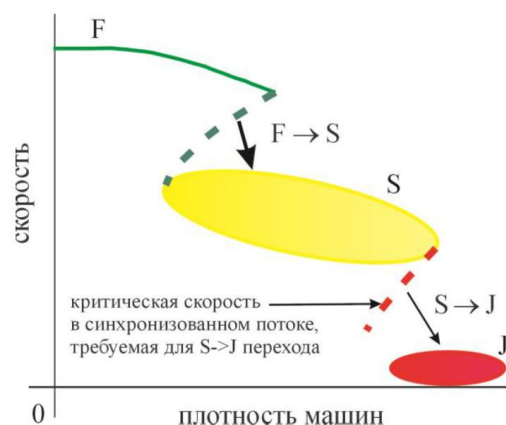


Рисунок 4 – Каскад фазовых переходов

Важной особенностью транспортного потока является переход в затор через последовательность метастабильных состояний синхронизованного потока. Область метастабильных состояний показана на рис. 5.

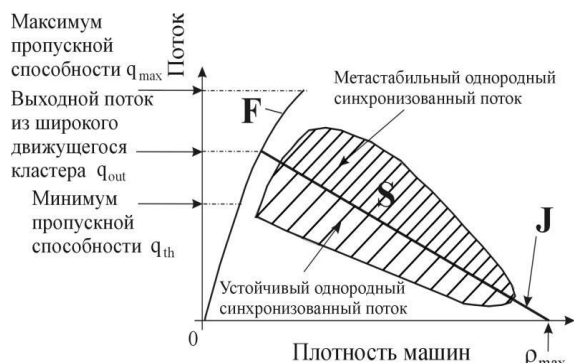


Рисунок 5 – Область метастабильных состояний

На рис. 6 показана последовательность метастабильных состояний при переходе от свободного потока к затору [8]. Скорость потока со временем уменьшается, возникает несколько метастабильных состояний синхронизованного потока.

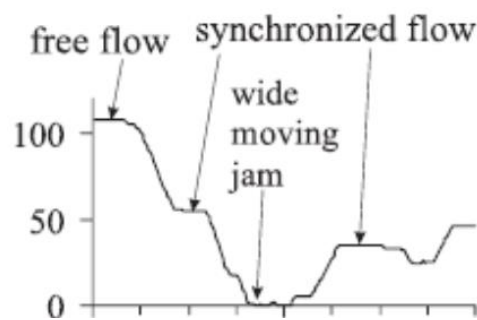


Рисунок 6 – Метастабильные состояния синхронизованного потока

Самоорганизованная критичность

В данной статье сделано предположение, что набор метастабильных состояний синхронизованного потока соответствует состоянию самоорганизованной критичности. Реализация в системе такого состояния означает, что она под влиянием малых внешних возбудителей приходит в критическое состояние, которое в процессе дальнейшей эволюции является самоподдерживающимся. По структуре оно представляет собой набор метастабильных состояний, переходящих друг в друга посредством лавин, инициируемых малыми внешними возбудителями. Размеры возникающих лавин демонстрируют степенное распределение.

Базовой моделью теории SOC является куча песка. Рассмотрим кучу песка, изображенную на рис. 7.

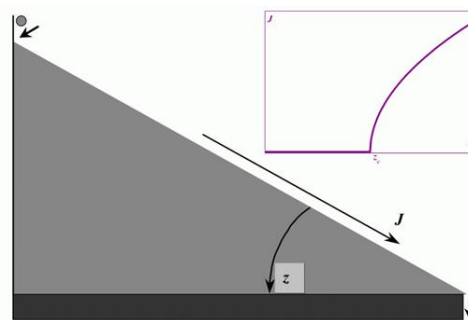


Рисунок 7 – Куча песка

Состояние системы полностью определяется наклоном поверхности. В тех местах, где локальный наклон оказывается больше порога устойчивости, происходит осыпание песчинок вниз по склону на соседние участки поверхности (лавины). Состояние песка определяется углом наклона поверхности γ . При его изменении происходит фазовый переход от неподвижного состояния к состоянию непрерывного тока песка. Если средний наклон поверхности γ меньше чем γ_c , то песок неподвижен. Если наклон превышает значение γ_c , возникает спонтанный ток песка J по поверхности. Возникает фазовый переход, в котором управляющим параметром является наклон γ , а параметром порядка – ток песка J . Критическое значение наклона γ_c разделяет хаотическую ($\gamma < \gamma_c$) и упорядоченную ($\gamma > \gamma_c$) фазы. Обе эти фазы соответствуют состоянию системы устойчивому к малым возмущениям. В хаотической фазе они еще быстро затухают во времени и пространстве, а в упорядоченной – уже не могут существенно влиять на величину тока. Зависимость параметра порядка от управляющего параметра приведена на врезке рис. 7.

Одной из областей, где теория самоорганизованной критичности позволила добиться успеха при моделировании процесса, является биологическая эволюция. Объектом эволюции является вид, представляющий собой группу особей, упорядоченных по возрастанию приспособленности к условиям окружающей среды. Приспособленность видов изменяется в результате двух различных процессов. Во-первых, переход от одной особи к соседней особи увеличивает приспособленность вида, и он поднимается выше по эволюционному ландшафту. Этот процесс можно назвать мутацией особей. Во-вторых, переход от одного вида к другому обеспечивает связь между видами. В результате такой мутации видов изменяется эволюционный ландшафт. В критическом состоянии экосистема демонстрирует прерывистое равновесие (перемежаемость). Пример [9] прерывистого равновесия в модели эволюции показан на рис. 8.

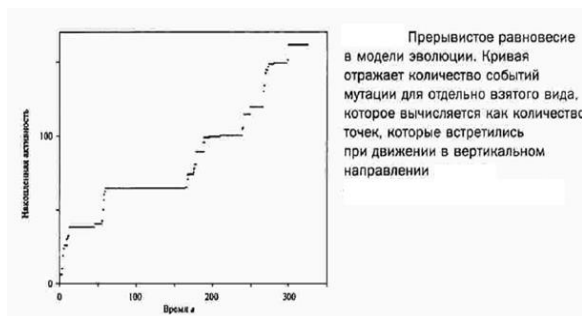


Рисунок 8 – Пример прерывистого равновесия

Аналогия между эволюцией видов и процессом перехода в затор показана в табл. 1.

Таблица 1 – Аналогия процессов

Эволюция видов	Переход в затор
Особь	Автомобиль
Вид	Метастабильное состояние потока
Мутация особей	Переход между метастабильными состояниями (лавина)
Мутация видов	Движение в метастабильных состояниях потока
Общая накопленная приспособленность	Скорость свободного потока
Эволюционный ландшафт	Ландшафт скорости

Вычислительный эксперимент

При исследовании фазовых состояний транспортного потока в данной статье используется модель BML [10], реализованная в среде программирования R. Она известна как самоорганизующаяся модель транспортного потока на основе детерминированного клеточного автомата. Подвижные элементы представлены точками на решетке со случайным стартовым положением. Модель BML является двумерной аналогией движения по правилу 184.

Правило 184 – модель, в которой подвижные элементы подобно частицам движутся в одном направлении, останавливаясь и продолжая движение в зависимости от наличия элементов впереди. Эта модель является наиболее простым примером применения клеточных автоматов к моделированию потоков и служит основой для других, более сложных, моделей.

Модель имеет следующие правила перехода: если ячейка i не пуста, а $(i + 1)$ – пуста, то на следующем шаге ячейка $(i + 1)$ оказывается занята. Значение ячейки i для новой итерации определяется её левым соседом, для которого схема определения состояния аналогична.

BML-модель позволяет в зависимости от значения параметра p (плотность машин)

получать различные метастабильные состояния величины v (количество подвижных машин). Результаты моделирования показаны на рис. 9–16.

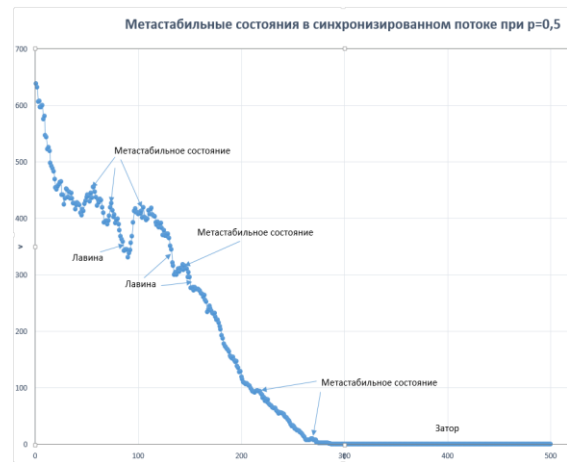


Рисунок 9 – Метабильные состояния в синхронизированном потоке при $p=0,5$

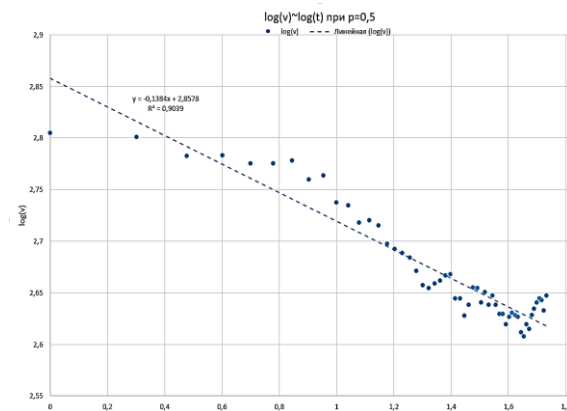


Рисунок 10 – Степенной закон уменьшения скорости при $p=0,5$

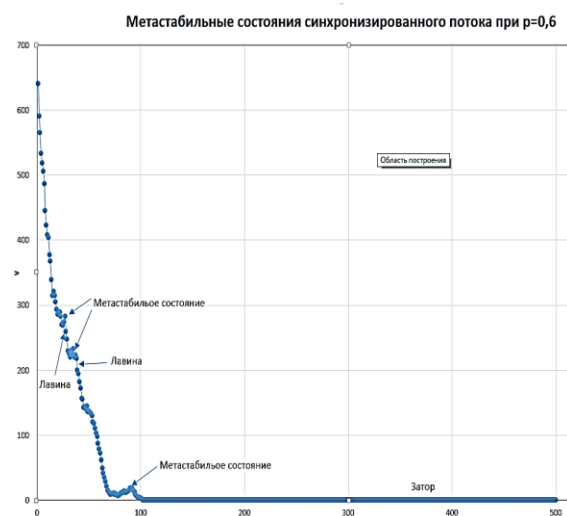


Рисунок 11 – Метабильные состояния в синхронизированном потоке при $p=0,6$

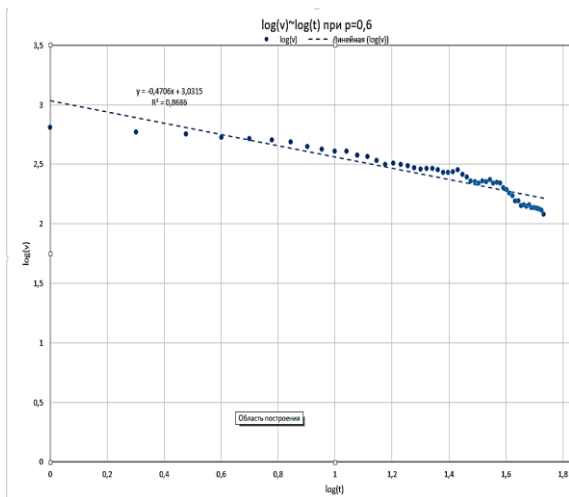


Рисунок 12 – Степенной закон уменьшения скорости при $p=0,6$



Рисунок 15 – Метаустойчивые состояния в синхронизированном потоке при $p=0,8$

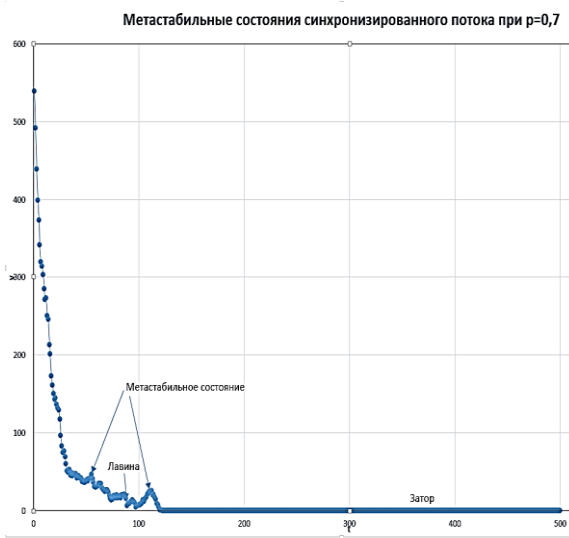


Рисунок 13 – Метаустойчивые состояния в синхронизированном потоке при $p=0,7$

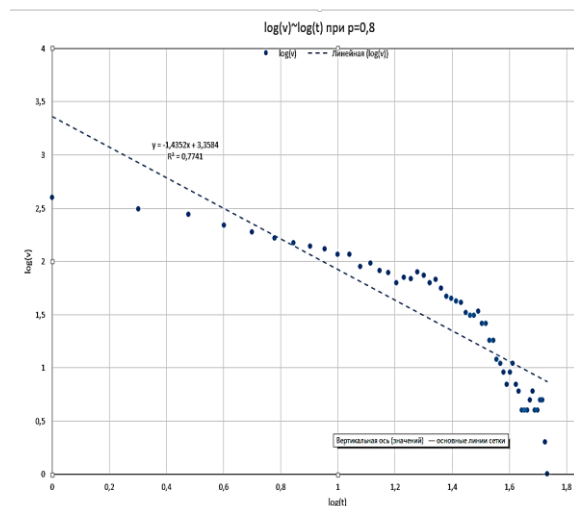


Рисунок 16 – Степенной закон уменьшения скорости при $p=0,8$

На рис. 17 показана зависимость длительности затора d от плотности машин p .

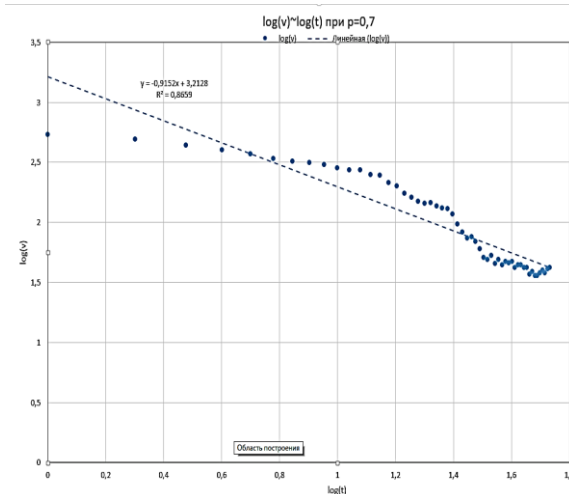


Рисунок 14 – Степенной закон уменьшения скорости при $p=0,7$

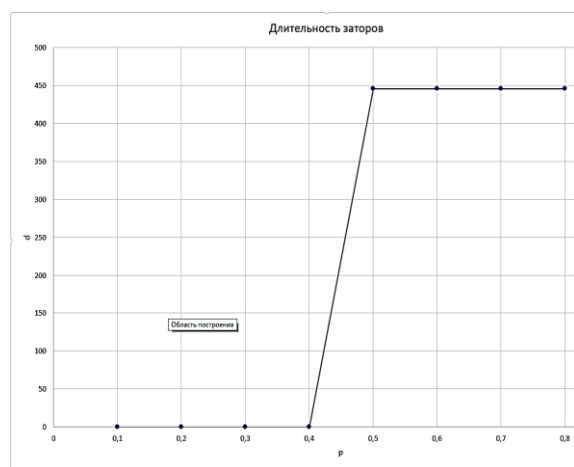


Рисунок 17 – Зависимость параметра порядка d от управляющего параметра p

Выводы

В работе выполнено исследование модели BML (Biham-Middleton-Levine) движения автотранспорта с учетом самоорганизованной критичности. Получены следующие результаты: в синхронизированном потоке имеется набор метастабильных критических состояний, переходящих друг в друга посредством лавин; процесс уменьшения потока d при плотности $p=0,5$ происходит по степенному закону $d=t^{-0,14}$, достоверность – $R^2=0,9$; процесс уменьшения потока d при плотности $p=0,6$ происходит по степенному закону $d=t^{-0,47}$, достоверность – $R^2=0,87$; процесс уменьшения потока d при плотности $p=0,7$ происходит по степенному закону $d=t^{-0,92}$, достоверность – $R^2=0,87$; процесс уменьшения потока d при плотности $p=0,8$ происходит по степенному закону $d=t^{-1,44}$, достоверность – $R^2=0,77$. Получена ступенчатая зависимость параметра порядка d от управляющего параметра p , пороговое значение – $p=0,5$.

Литература

1. Долгушин Д.Ю. Многофакторное моделирование автотранспортных потоков на основе клеточных автоматов. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Омск: СибАДИ, 2011. – 21 с.
2. Долгушин Д.Ю., Мызникова Т.А. Применение клеточных автоматов к

моделированию автотранспортных потоков. – Омск: СибАДИ, 2012. – 112 с.

3. Лубашевский И.А., Гусейн-Заде Н.Г., Гарнисов К.Г. Макроскопические фазовые состояния автотранспортного потока в туннелях. <https://b-ok.org/book/2980831/71d08c>
4. Подлазов А.В. Теория самоорганизованной критичности – наука о сложности. [Электронный ресурс], 2008. – Режим доступа: <http://www.nonlin.ru/articles/podlazov/soc>
5. Семенов В.В. Математическое моделирование автотранспортных потоков. http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=ipmp&paperid=817&option_lang=rus
6. Введение в математическое моделирование транспортных потоков: учеб. пособие / Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б.; Под ред. А.В. Гасникова. — М.: МФТИ, 2012. — 362 с.
7. Кленов С.Л. Стохастические математические модели транспортного потока в рамках теории трех фаз. Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. Москва – 2019. – 34 с.
8. B.S. Kerner, S.L. Klenov, M. Schreckenberg. Simple cellular automaton model for traffic breakdown, highway capacity, and synchronized flow. // <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1805/1805.05555.pdf>
9. Бак П. Как работает природа. Теория самоорганизованной критичности. Москва. – 2013. – 276 с.
10. Модель движения Biham-Middleton-Levine. <http://ru.knowledgr.com/18079938/ТранспортнаяМодельBihamMiddletonLevine>

Бельков Д.В., Зензеров В.И. Самоорганизованная критичность в BML-модели транспортного потока. Выполнено исследование модели BML (Biham-Middleton-Levine) движения автотранспорта с учетом самоорганизованной критичности. В результате определено, что в синхронизированном потоке имеется набор метастабильных критических состояний, переходящих друг в друга посредством лавин, процесс уменьшения потока при изменении плотности в пределах 0,5 – 0,8 происходит по степенному закону с достоверностью не ниже 0,77, а также получена ступенчатая зависимость параметра порядка d от управляющего параметра p при пороговом значении равном 0,5.

Ключевые слова: синхронизированный транспортный поток, затор, метастабильные состояния, самоорганизованная критичность.

Belkov D., Zenzerov V. Self-organized criticality in the BML-model of the transport flow. Investigates the BML (Biham-Middleton-Levine) model of vehicular traffic, taking into account self-organized criticality. As a result, it was determined that in a synchronized flow there is a set of metastable critical states that pass into each other through avalanches, the process of reducing the flow with a change in density within 0.5 - 0.8 occurs according to a power law with a confidence of at least 0.77, and a step dependence of the order parameter d on the control parameter p is obtained with a threshold value of 0.5.

Keywords: synchronized transport flow, congestion, metastable states, self-organized criticality.

Статья поступила в редакцию 25.08.2022
Рекомендуется к публикации профессором Павлышом В. Н.