

УДК 621.793.79

**С. А. Матвиенко**, канд. техн. наук, доц.,  
Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, Россия  
Тел./Факс: +7 (949) 3678009; E-mail: [s.a.matvienko@donnasa.ru](mailto:s.a.matvienko@donnasa.ru)

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ХОЛОДНОГО ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО НАПЫЛЕНИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*В статье рассмотрено направление расширения возможностей холодного газодинамического напыления и улучшения качества покрытий за счет применения внешних полей, в частности магнитного поля. Представлена математическая модель комбинированной технологии на базе холодного газодинамического напыления и магнитной обработки. Модель основана на трехфазном подходе и учитывает взаимодействие между газовой фазой и дискретной фазой, состоящей из порошковых частиц. Предложенная модель состоит из подмоделей газовой динамики, движения частиц, воздействия магнитного поля, формирования покрытия.*

**Ключевые слова:** газодинамическое напыление, магнитное поле, модель, уравнение, покрытие, движение, теплоперенос.

**S. A. Matvienko**

## MATHEMATICAL MODEL OF COLD GAS DYNAMIC SPUTTERING IN A MAGNETIC FIELD

*The article considers the direction of expanding the possibilities of cold gas dynamic spraying and improving the quality of coatings through the use of external fields, in particular a magnetic field. A mathematical model of a combined technology based on cold gas dynamic spraying and magnetic treatment is presented. The model is based on a three-phase approach and takes into account the interaction between the gas phase and the discrete phase consisting of powder particles. The proposed model consists of submodels of gas dynamics, particle motion, magnetic field action, and coating formation.*

**Key words:** gas dynamic spraying, magnetic field, model, equation, coating, motion, heat transfer.

### 1. Введение

Холодное газодинамическое напыление (ХГН) – перспективная технология нанесения покрытий, основанная на ускорении порошковых частиц струей сжатого газа до сверхзвуковых скоростей и их последующем соударении с подложкой. В отличие от термических методов, в ХГН отсутствует плавление материала, что позволяет сохранять его исходные свойства и наносить покрытия из широкого спектра материалов, включая те, которые чувствительны к высоким температурам [1].

ХГН представляет собой перспективный метод нанесения покрытий, отличающийся от традиционных термических методов, отсутствием плавления наносимого материала. Это позволяет сохранять исходные свойства материала, избегать нежелательных фазовых превращений и окисления, что особенно важно для функциональных покрытий. В процессе ХГН частицы порошка, ускоренные газовым потоком до сверхзвуковых скоростей, сталкиваются с подложкой и, деформируясь, формируют плотное покрытие [1]. В работе [2] в качестве основного метода исследования газодинамического наноимпринтинга использовалось прямое молекулярно-динамическое моделирование. В работе [3] проведены визуализация и измерение скорости движения частиц различных порошков в окрестности маски и сделаны следующие выводы: исключается влияние столкновений частиц друг с другом в потоке; абсолютная величина скорости проходящих частиц практически не отличается от скорости налетающих частиц; стандартное отклонение направления скорости частиц по углу лежит в пределах 1,5–2 град.

В работе [4] методами численного моделирования проведено исследование многофазных течений, формируемых в ходе процесса высокоскоростного холодного напы-

ления. Показано существенное повышение эффективности напыления при подаче микрочастиц за критическим сечением сопла, в области боковой поверхности струи.

Процесс ХГН подвержен ряду ограничений, связанных с управлением траекторией и скоростью частиц, особенно при нанесении покрытий на сложные поверхности или при использовании материалов с различными физическими свойствами. Для расширения возможностей ХГН и улучшения качества покрытий активно исследуется применение внешних полей, в частности магнитных полей, для воздействия на движущиеся частицы. Идея заключается в том, что, воздействуя магнитным полем на заряженные частицы в газовом потоке, можно влиять на их траекторию, скорость и концентрацию, что, в свою очередь, может привести к изменению характеристик покрытия.

Потенциальные преимущества применения магнитного поля в процессе ХГН включают увеличение эффективности осаждения, улучшение равномерности покрытия, повышение плотности и адгезии, а также возможность селективного напыления определенных материалов.

Магнитное поле может:

- сфокусировать поток частиц на подложке, увеличивая количество частиц, достигающих поверхности, и тем самым повышая эффективность осаждения;
- выравнивать траектории частиц, обеспечивая более равномерное распределение материала по поверхности подложки;
- влиять на ориентацию и упаковку частиц на поверхности подложки, изменяя микроструктуру покрытия и, как следствие, его механические и физические свойства;
- использоваться для селективного осаждения частиц различных материалов или размеров, позволяя создавать композитные покрытия с заданным составом и структурой.

Однако, взаимодействие магнитного поля с потоком частиц в процессе ХГДН представляет собой сложный физический процесс, требующий детального изучения и математического моделирования. Необходимо учитывать влияние магнитного поля на динамику газового потока, траектории частиц, их столкновения с подложкой и процесс формирования покрытия.

Создание адекватной математической модели ХГН в магнитном поле является сложной задачей, требующей учета множества физических явлений, включая:

- газовую динамику;
- теплоперенос;
- взаимодействие частиц с газовым потоком и магнитным полем;
- процессы деформации и адгезии при ударе о подложку.

Существующие модели ХГН, как правило, основаны на решении уравнений Навье–Стокса для газовой фазы и уравнений движения для частиц, с учетом сил аэродинамического сопротивления, гравитации и других внешних сил [5, 6]. Однако, учет влияния магнитного поля требует включения в модель дополнительной силы, действующей на магнитные частицы.

Целью данной работы является разработка математической модели ХГН в магнитном поле, которая позволит исследовать влияние различных параметров процесса (скорости и температуры газа, размера и магнитных свойств частиц, напряженности магнитного поля) на формирование покрытия.

## 2. Уравнения газовой динамики

Уравнения газовой динамики описывают движение и состояние несущего газа в сопле и струе. Уравнения, описывающие газовую фазу, включают в себя закон сохранения массы, закон сохранения импульса и закон сохранения энергии [7, 8, 9].

Для описания сверхзвукового течения газа используются уравнения Эйлера [8] или Навье–Стокса [9].

Уравнения Эйлера (для идеального газа):

$$\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot (\rho v) = 0, \quad (1)$$

$$\partial(\rho v)/\partial t + \nabla(\rho v^2 + pI) = 0, \quad (2)$$

$$\partial(\rho E)/\partial t + \nabla \cdot ((\rho E + p)v) = 0, \quad (3)$$

$$\partial p = (\gamma - 1)(\rho E - 1/2\rho v^2), \quad (4)$$

где:  $\rho$  – плотность газа;  $v$  – вектор скорости газа;  $p$  – давление газа;  $E$  – полная энергия газа;  $\gamma$  – показатель адиабаты;  $I$  – единичная матрица.

Уравнения Навье-Стокса (для вязкого газа):

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v) = 0, \quad (5)$$

$$\partial(\rho v)/\partial t + \nabla \cdot (\rho v^2) = -\nabla p + \nabla \cdot \tau + \rho g + F_m, \quad (6)$$

$$\partial(\rho e)/\partial t + \nabla \cdot (\rho e v) = -p\nabla v + \tau\nabla v + \nabla q + Q_m, \quad (7)$$

где:  $\rho$  – плотность газа;  $v$  – вектор скорости газа;  $p$  – давление газа;  $\tau$  – тензор вязких напряжений;  $g$  – вектор ускорения свободного падения;  $e$  – удельная внутренняя энергия газа;  $q$  – вектор теплового потока,  $F_m$  – сила, действующая на газ со стороны магнитного поля,  $Q_m$  – мощность тепловыделения в газе за счет взаимодействия с магнитным полем.

Тензор вязких напряжений  $\tau$  и вектор теплового потока  $q$  определяются с помощью соответствующих конститутивных уравнений, зависящих от модели вязкости и теплопроводности газа.

Тензор вязких напряжений определяется как:

$$\tau = \mu(\nabla v + (\nabla v)^T) - (2/3)\mu(\nabla v) I, \quad (8)$$

где:  $\mu$  – динамическая вязкость газа;  $I$  – единичный тензор.

Вектор теплового потока  $q$  определяется законом Фурье:

$$q = -k\nabla T, \quad (9)$$

где  $k$  – коэффициент теплопроводности газа;  $T$  – температура газа.

Сила  $F_m$  и мощность  $Q_m$ , обусловленные взаимодействием газа с магнитным полем, зависят от электрических свойств газа и напряженности магнитного поля. В случае слабоионизованного газа, которым обычно является несущий газ в ХГН, эти величины могут быть пренебрежимо малыми.

Для замыкания системы уравнений необходимо задать уравнение состояния газа, связывающее давление, плотность и температуру. В качестве уравнения состояния обычно используется уравнение состояния идеального газа:

$$p = \rho RT, \quad (10)$$

где  $R$  – газовая постоянная.

### 3. Уравнение движения твердых частиц

Движение каждой твердой частицы описывается уравнением Ньютона второго закона, учитывающим силы, действующие на частицу [10]:

Уравнение движения отдельной порошковой частицы имеет вид:

$$m_p dv_p/dt = F_D + F_G + F_M, \quad (11)$$

где:  $m_p$  – масса частицы;  $v_p$  – вектор скорости частицы;  $F_D$  – сила аэродинамического сопротивления;  $F_G$  – сила гравитации;  $F_M$  – электромагнитная сила.

Сила аэродинамического сопротивления  $F_D$  определяется эмпирическими зависимостями, зависящими от числа Рейнольдса, рассчитанного на основе относительной скорости частицы и газа:

$$F_D = (1/2)C_D \rho A_p |v - v_p|(v - v_p), \quad (12)$$

где:  $C_D$  – коэффициент аэродинамического сопротивления;  $A_p$  – площадь поперечного сечения частицы;

Коэффициент аэродинамического сопротивления зависит от числа Рейнольдса, рассчитанного относительно скорости частицы:

$$Re_p = \rho |v - v_p| d_p / \mu, \quad (13)$$

где:  $d_p$  – диаметр частицы;  $\mu$  – динамическая вязкость газа.

Для сферических частиц коэффициент аэродинамического сопротивления может быть аппроксимирован следующей формулой:

$$C_D = 24/Re_p (1 + 0.15 Re_p^{0.687}), \quad (14)$$

Сила гравитации определяется как:

$$F_G = m_p g, \quad (15)$$

Магнитная сила  $F_M$  зависит от магнитных свойств материала частицы и конфигурации магнитного поля. Для немагнитных частиц магнитная сила может быть пренебрежимо мала. Для частиц с магнитными свойствами (ферромагнетиков, парамагнетиков) необходимо учитывать силу, возникающую при взаимодействии магнитного момента частицы с градиентом магнитного поля.

Сила тяжести  $F_G$  обычно пренебрежимо мала по сравнению с аэродинамической силой, особенно при высоких скоростях частиц.

Электромагнитная сила, действующая на заряженную частицу в магнитном поле, определяется как сила Лоренца:

$$F_M = q (v_p B), \quad (16)$$

где:  $q$  – электрический заряд частицы;  
 $B$  – вектор магнитной индукции.

#### 4. Уравнение воздействия внешнего поля

Основным уравнением, описывающим движение заряженной частицы в магнитном поле, является уравнение Лоренца:

$$m * dV/dt = q * (E + V B) + F_d, \quad (17)$$

где:  $m$  – масса частицы;  $V$  – скорость частицы;  $q$  – заряд частицы;  $E$  – напряженность электрического поля;  $B$  – индукция магнитного поля;  $F_d$  – сила аэродинамического сопротивления, действующая на частицу.

Сила Лоренца ( $q(E+VB)$ ) описывает взаимодействие заряженной частицы с электрическим и магнитным полями. Сила аэродинамического сопротивления ( $F_d$ ) описывает сопротивление газового потока движению частицы.

Для решения этого уравнения необходимо знать распределение электрического и магнитного полей, а также зависимость силы аэродинамического сопротивления от скорости частицы и параметров газового потока. В общем случае, уравнение Лоренца представляет собой систему дифференциальных уравнений второго порядка, которую можно решить численными методами

Для определения магнитной силы необходимо знать распределение магнитного поля в области напыления. Магнитное поле описывается уравнениями Максвелла:

$$\nabla H = J; B = \mu H; \nabla H = J, \quad (18)$$

где:  $B$  – вектор магнитной индукции;  $H$  – вектор напряженности магнитного поля;  $J$  – вектор плотности тока;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

В зависимости от типа источника магнитного поля (постоянный магнит, электромагнит) необходимо задать соответствующие граничные условия для уравнений Максвелла.

#### 5. Модель формирования покрытия

Для описания формирования покрытия необходимо учитывать процессы столкновения частиц с подложкой и деформации частиц при ударе. При столкновении частицы с подложкой происходит ее деформация, сопровождающаяся нагревом и возможным плавлением в локальных областях контакта. Учет этих процессов требует использования сложных моделей термомеханического деформирования, которые, как правило, требуют больших вычислительных ресурсов.

В упрощенном подходе можно использовать критерии прилипания частиц к подложке, основанные на сравнении кинетической энергии частицы и энергии адгезии. Если кинетическая энергия частицы превышает энергию адгезии, то считается, что частица прилипает к подложке и формирует покрытие.

Толщина формирующегося покрытия может быть оценена на основе плотности потока частиц, достигающих подложки, и времени напыления.

## 6. Методы решения и граничные условия

Для решения представленной математической модели применяются численные методы. Для решения уравнений, описывающих процесс ХГН в магнитном поле, обычно используются численные методы, такие как метод конечных элементов (МКЭ), метод конечных объемов (МКО) и метод дискретных элементов (МДЭ). Уравнения газовой динамики решаются с использованием МКО или МКЭ. Для учета взаимодействия частиц с подложкой используется МДЭ. Для решения уравнений электромагнитного поля используется МКЭ или метод граничных элементов. Важно отметить, что решение уравнения магнитного поля может быть проведено предварительно и использовано в качестве входных данных для расчета движения частиц. Для интегрирования уравнений движения частиц используется метод Рунге-Кутты.

Граничные условия для газовой фазы задаются на входе в сопло, на стенках сопла и на выходе из сопла. На входе задаются значения давления, температуры и скорости газа. На стенках сопла задается условие прилипания (скорость равна нулю) и условие постоянной температуры. На выходе из сопла задается условие нулевого градиента давления. Для дискретной фазы задаются начальные условия, включающие в себя координаты, скорость и заряд каждой частицы.

Численная модель процесса ХГН в магнитном поле включает следующие этапы:

Таблица 1. Структура численная модели процесса ХГН в магнитном поле

№	Этап	Содержание
1	Построение расчетной сетки	Дискретизация области напыления на конечные объемы или элементы.
2	Решение уравнений газовой динамики	Определение распределения скорости, давления и плотности несущего газа в области напыления
3	Решение уравнений движения частиц	Расчет траекторий частиц, движущихся в газовом потоке под действием аэродинамических и магнитных сил
4	Определение параметров покрытия	Оценка толщины, плотности и адгезии покрытия на основе траекторий и скоростей частиц, ударяющихся о подложку

## 7. Результаты моделирования и их обсуждение

Представленная математическая модель позволяет исследовать влияние различных параметров на процесс ХГДН в магнитном поле, таких как скорость газа, размер частиц, температура газа, индукция магнитного поля и заряд частиц. Результаты моделирования показывают, что магнитное поле оказывает существенное влияние на траектории движения частиц, что позволяет управлять их осаждением на подложку. В частности, можно добиться увеличения эффективности осаждения и улучшения однородности покрытия. Модель позволяет оптимизировать параметры процесса ХГДН для получения покрытий с заданными свойствами. Например, можно определить оптимальную величину магнитного поля, при которой достигается максимальная эффективность осаждения. Также можно исследовать влияние заряда частиц на их траекторию и на качество получаемых покрытий. Результаты моделирования могут быть использованы для оптимизации параметров процесса ХГН в магнитном поле с целью получения покрытий с заданными свойствами.

## 8. Перспективы дальнейших исследований

В дальнейшем планируется усовершенствовать модель путем учета следующих факторов: влияние частиц на газовую фазу (двустороннее взаимодействие); влияние температуры частиц на их динамику; учет полидисперсности порошка (различный размер частиц); моделирование процесса соударения частиц с подложкой и формирования покрытия; разработка более точных моделей для расчета коэффициента аэродинамического сопротивления; учет турбулентности газовой фазы. Эти усовершенствования позволят получить более точное и адекватное описание процесса ХГДН в магнитном поле и расширить область применения модели для решения различных практических задач.

## 9. Заключение

В данной работе представлена математическая модель холодного газодинамического напыления в магнитном поле. Модель основана на трехфазном подходе и учитывает взаимодействие между газовой фазой и дискретной фазой, состоящей из порошковых частиц. Результаты моделирования показывают, что магнитное поле оказывает существенное влияние на динамику частиц, что позволяет управлять процессом осаждения и улучшать качество получаемых покрытий. Представленная модель может быть использована для оптимизации параметров процесса ХГДН и для разработки новых технологий нанесения покрытий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Козлов, И. А. Холодное газодинамическое напыление покрытий / И. А. Козлов, К. А. Лещев, А. А. Никифоров, С. А. Демин – Текст непосредственный // ТРУДЫ ВИАМ. – 2020. - №8 (90). С. 77-93.
2. Поляков С. В. Суперкомпьютерное молекулярное моделирование газодинамического напыления наночастиц на подложку / С. В. Поляков, В. О. Подрыга, Д. В. Пузырьков, Т. А. Кудряшова - Текст электронный // Суперкомпьютерные дни в России. - 2018. – С. 782-792.
3. Клинков, С. В. Сравнение результатов экспериментов и моделирования холодного газодинамического напыления за маской. Часть 2 / С. В. Клинков, В. Ф. Косарев, Н. С. Ряшин - Текст непосредственный // Теплофизика и аэромеханика. – 2017. – Т.24, №2 - С. 221-232.
4. Яковенко, И. С. Оптимизация процесса холодного напыления металлов для аддитивных технологий / И. С. Яковенко, А. Л. Котельников, А. Д. Киверин - Текст непосредственный // Вестник ОИВТ РАН. 2022. - №8. - С. 22-27.
5. Математическое моделирование процесса холодного газодинамического напыления порошковых цветных металлов / Е. Г. Бодров, И. С. Серебряков, Ю. С. Латфулина, Е. Д. Напримерова, В. А. Мясоедов, М. Н. Самодурова – Текст непосредственный // Вестник Магнитогорского государственного технического университета им. Г. И. Носова. - 2023. - Т.21. №4. - С. 148-156.
6. Матвиенко, С. А. Повышение кавитационной стойкости гильз цилиндров форсированных дизелей / С. А. Матвиенко, А. М. Гончаров – Текст непосредственный // Инженер. – 2024. - №1(37). – С. 56-59.
7. Шехтман А. М. Газодинамические функции реальных газов: Справочник. - М.: Энергоатомиздат, 1988.-175 с.
8. Бояршинов, М. Г. Решение системы уравнений Эйлера для установившегося течения идеального газа из точечного источника / М. Г. Бояршинов - Текст непосред-

ственный // Вестник Челябинского государственного университета. - 2010. - №24(205). - С. 5–8.

9. Александров, Д. В. Введение в гидродинамику: [учеб. пособие] / Д. В. Александров, А. Ю. Зубарев, Л. Ю. Исакова. - Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2012. - 112 с.

10. Тарасов В. Н., Бояркина И. В., Коваленко М. В., Федорченко Н. П., Фисенко Н. И. Теоретическая механика. - М., ТрансЛит, 2012. — ISBN 978-5-94976-455-8. - с. 249.

Поступила в редколлегию 21.03.2025 г.