

## Исследование 3D-модели матрицы полезностей для принятия решения о целесообразности деятельности интернет-провайдера

Д. А. Бишаров, И. В. Матях, Е. О. Савкова  
Донецкий национальный технический университет, г. Донецк  
[iramatyakh@gmail.com](mailto:iramatyakh@gmail.com)

### Аннотация

*В работе предлагается представить задачу принятия решения об открытии фирмы или расширения ее сферы деятельности в виде трехмерной модели матрицы полезностей в условиях многокритериальности, а также с учетом случайных факторов, влияющих на прибыль предприятия. Рассмотрено практическое применение алгоритма решения многокритериальной задачи в условиях неопределенности на основе данной модели для организации, предоставляющей интернет-услуги населению. На основании предложенных данных построена трехмерная модель матрицы полезностей. Используя алгоритм решения задачи на основе 3D-модели, исследованы разбиения матрицы на срезы, параллельные оси случайных факторов и оси критериев. В результате каждого среза получены двумерные матрицы полезностей.*

### Введение

В настоящее время принятие каких-либо решений в бизнесе, на работе и в других сферах жизни неизбежно связано с определенными рисками. Они возникают в связи с тем, что современный мир очень резко меняется под влиянием различных факторов. Сейчас все больше людей стремятся открыть свое дело или же расширить сферу деятельности существующего бизнеса для получения максимально-возможной прибыли. При этом размер прибыли зависит от большого количества факторов, как внешних (например, расположение фирмы, количество конкурентов), так и внутренних (ценовая политика фирмы, спектр предоставляемых услуг).

Значительный рост убыточных предприятий позволяет говорить о том, что без предварительного прогнозирования получаемого дохода от открытия предприятия или реализации нового вида деятельности, при различных возможных ситуациях, в современном мире не обойтись.

В связи с этим можно сказать, что успешная деятельность нового предприятия или расширения сферы деятельности существующего зависит от определения внешних и внутренних факторов и оценки их влияния на прибыль.

Проблема оценки данных факторов остается актуальной на сегодняшний день. В практической деятельности получить оценку можно с помощью методов принятия решений, как однокритериальных, так и многокритериальных. При использовании однокритериальных методов получаем альтернативное решение в зависимости от одного выбранного критерия (например, максимизация

прибыли). При использовании многокритериальных методов получаем альтернативное решение, учитывающее несколько критериев. Но при этом, не учитываются случайные факторы, влияющие на оценку альтернативных решений.

Для устранения данной проблемы в источнике [1] предлагается представить задачу в виде 3D-модели матрицы полезностей для принятия решения в условиях многокритериальности, а также с учетом случайных факторов. Рассмотрим применение данной модели для задачи принятия решения об открытии фирмы или расширения ее сферы деятельности на примере организации, предоставляющей интернет-услуги населению.

Целью работы является исследование возможности применения 3D-модели матрицы полезностей для решения многокритериальных задач с учетом случайных факторов, влияющих на прибыль предприятия.

### Формализация задачи

Так как для данной задачи отсутствует вся необходимая информация и вероятности наступления событий неизвестны, данную задачу отнесем к задаче принятия решений в условиях неопределенности [2].

Для формализации данной задачи в условиях неопределенности необходимо выполнить следующие действия:

- Определить множество  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$  всех возможных внешних ситуаций, которые влияют на экономические результаты решения.
- Составить перечень  $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$  всех альтернативных решений, которые требуется анализировать, и для которых экономический

результат будет зависеть от реализованной «внешней» ситуации.

- Определить множество критериев, используемых для оценки альтернативных решений;

- Определить модель представления задачи;

- Определить оценки принятия  $X_i$  решения (из множества указанных выше анализируемых альтернатив) при внешней, не зависящей от ЛПР ситуации, которая соответствует событию  $Q_j$  (обозначим как  $a_{ij}$ ).

- Сформировать 3D-модель матрицы полезностей.

- Выполнить сечение матрицы по различным осям для получения оптимальных альтернатив.

Для представленной таким образом задачи, из рассматриваемого множества альтернативных решений  $\{X_i, i = 1, m\}$  выбрать одну альтернативу (наилучшую для ЛПР) [3].

**Определение множества  $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$  всех возможных внешних ситуаций, которые влияют на экономические результаты решения.**

На выбор того или иного альтернативного решения оказывают влияние объективные условия (случайные ситуации). Объективные условия представляются в задаче принятия решений в виде множества  $Q = \{q_1, \dots, q_n\}$ , одно из которых обязательно будет иметь место в действительности в момент реализации выбранного действия.

В [4] определено множество случайных факторов для данной задачи (табл. 1). Указанный набор ситуаций  $\{Q_j, j=1, n\}$  должен представлять собой полную группу событий [5]. Это означает, что одновременное наступление любых двух событий такой полной группы – невозможно и одно из событий полной группы наступит обязательно.

Таблица 1 - Множество случайных факторов, влияющих на результаты решения

Случайная ситуация	Описание
Погодные условия	Природные факторы, которые могут приводить к поломкам оборудования. Можно выделить три погодных условия, влияющих на работу интернет-провайдера: - гроза, при которой могут выйти из строя коммутаторы и кабель; - при сильном ветре, урагане повышается вероятность падения деревьев, в результате чего может быть повреждено оборудование; - благоприятные погодные условия, при которых оборудования не выходит из строя.
Сбой оборудования клиента	К оборудованию клиента относятся: роутер, компьютер, сетевой адаптер. При этом можно выделить несколько ситуаций: - сбой оборудования произошел; - сбой оборудования не произошел.
Сбой работы оборудования провайдера	К оборудованию провайдера относят коммутаторы, кабель, сервер. При выходе из строя данного оборудования, предприятие может понести большие потери. При этом можно выделить несколько ситуаций: - сбой произошел; - сбой не произошел.
Количество абонентов	От количества абонентов напрямую зависит прибыль предприятия. Выделим следующие состояния: - количество абонентов – мало; - количество абонентов – среднее количество; - количество абонентов – много.

Согласно правилу комбинаторики, при формализации соответствующей полной группы событий необходимо учесть  $n_1 * n_2 * n_3 * n_4$  различных сценариев/вариантов развития событий, где  $n_i$  – количество различных вариантов изменения соответствующего  $i$ -го

фактора. Так как рассмотрение случайных ситуаций во всех возможных комбинациях является очень громоздкой задачей ( $3 * 2 * 2 * 3 = 24$  случайные ситуации), для примера рассмотрим только некоторые, наиболее вероятные из них (табл. 2).

Таблица 2 - Рассматриваемые ситуации

Ситуация	Погодные условия	Сбой оборудования клиента	Сбой работы оборудования провайдера	Кол-во абонентов
$Q_1$	благоприятные	не произошел	не произошел	много
$Q_2$	благоприятные	не произошел	не произошел	среднее
$Q_3$	благоприятные	не произошел	не произошел	мало
$Q_4$	благоприятные	произошел	не произошел	много
$Q_5$	благоприятные	не произошел	произошел	много

### Составление перечня $\{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ альтернативных решений

Принятие решения имеет смысл, если существуют варианты альтернативных действий, число которых должно быть не менее двух. То есть необходимо определить совокупность альтернативных действий  $X = \{x_1, \dots, x_m\}$ , которые может выбрать лицо, принимающее решение для достижения поставленной цели.

В данной задаче, альтернативное решение представляет собой набор услуг, который может предоставить фирма. В связи с этим в [4] определен перечень услуг, предоставляемых интернет-провайдером:

- предоставление интернет услуг (подключение интернета с различными характеристиками физическим и юридическим лицам);
- переподключение абонентов от других интернет-провайдеров;
- диагностика оборудования;
- вызов монтажной бригады;
- предоставление дополнительных услуг (выделение статического IP-адреса, регистрация дополнительного MAC-адреса и т.д.);
- предоставление цифрового телевидения.

На основе данного перечня определим возможные альтернативные решения, то есть составим комбинации услуг (по аналогии с определением случайных ситуаций). Так как возможных комбинаций достаточно много, рассмотрим основные из них:

$X_1$  – Предоставление интернет-услуг, переподключение абонентов от других интернет-провайдеров, диагностика/настройка оборудования;

$X_2$  – Предоставление интернет-услуг, переподключение абонентов от других интернет-провайдеров, диагностика/настройка оборудования, вызов монтажной бригады;

$X_3$  – Предоставление интернет-услуг, переподключение абонентов от других интернет-провайдеров, диагностика/настройка оборудования, вызов монтажной бригады, предоставление дополнительных услуг;

$X_4$  – Предоставление интернет-услуг, переподключение абонентов от других интернет-провайдеров, диагностика/настройка оборудования, вызов монтажной бригады, предоставление дополнительных услуг, предоставление цифрового телевидения

### Определение множества рассматриваемых критериев

В большинстве практических задач принятия решения исходы оцениваются не по одному, а по нескольким критериям [6]. Для данной задачи определим следующее множество критериев  $\{C_k, k = \overline{1, p}\}$ :

- $C_1$  – максимизация прибыли;
- $C_2$  – минимизация расходов;
- $C_3$  – минимизация трудозатрат.

### Определение модели представления задачи

Матрица полезностей строится путем определения ожидаемых доходов (расходов)  $a_{ij}$  для случаев, когда будет принято решение  $X_i$  (из множества анализируемых альтернатив  $\{X_i, i = \overline{1, m}\}$ , а внешняя, не зависящая от ЛПР ситуация сложится такая, которая соответствует событию  $Q_j$  (из множества событий полной группы  $\{Q_j, j = \overline{1, n}\}$ , влияющей на экономический результат). В результате получаем матрицу  $A = (a_{ij})$ , которую в теории называют матрицей полезностей (потерь) [7]. Представим данную матрицу полезностей графически (рис. 1), где по оси X будут располагаться события из множества событий полной группы, а по оси Y – альтернативы из множества анализируемых альтернатив.

Альтернативы	Случайные ситуации					
		$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	...	$Q_n$
	$X_1$	$A_{11}$	$A_{12}$	$A_{13}$	...	$A_{1n}$
	$X_2$	$A_{21}$	$A_{22}$	$A_{23}$	...	$A_{2n}$
	$X_3$	$A_{31}$	$A_{32}$	$A_{33}$	...	$A_{3n}$
	...	...	...	...	...	...
	$X_m$	$A_{m1}$	$A_{m2}$	$A_{m3}$	...	$A_{mn}$

Рисунок 1 - Графическое отображение матрицы полезностей (потерь)

Элемент  $a_{ij}$  стоит на пересечении  $i$ -той строки, которая соотносится с решением  $X_i$ , и  $j$ -того столбца, который соотносится с внешней случайной ситуацией  $Q_j$ .

Представленная матрица построена для одного критерия. Чтобы построить матрицу полезностей (потерь) для нескольких критериев одновременно, добавим ось Z, к которой прикрепим множество всех необходимых критериев  $C = \{C_k, k = \overline{1, p}\}$ . Таким образом получаем трёхмерную матрицу полезностей (потерь)  $A = \{a_{ijk}\}$ , графическое отображение которой представлено на рис. 2.

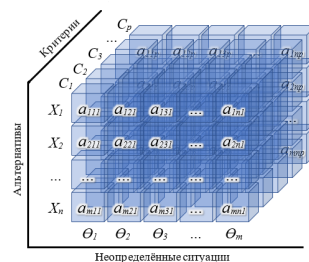


Рисунок 2 - Графическое представление трехмерной матрицы полезностей (потерь)

### Формирование матриц полезностей (потерь) для выделенных критериев

Ожидаемые значения  $a_{ij}$  матрицы полезностей для критерия  $C_1$  (получение максимальной прибыли) представлены в табл. 3.

Таблица 3 - Матрица полезностей для критерия  $C_1$

		Случайные ситуации				
Альтернативы		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>
	X <sub>1</sub>	13	9	8	10	10
	X <sub>2</sub>	15	13	11	12	13
	X <sub>3</sub>	18	16	13	15	17
	X <sub>4</sub>	20	18	15	18	19

Ожидаемые значения  $a_{ij}$  матрицы потерь для критерия  $C_2$  (минимизация расходов) представлены в табл. 4.

Таблица 4 - Матрица потерь для критерия  $C_2$

		Случайные ситуации				
Альтернативы		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>
	X <sub>1</sub>	12	10	8	13	13
	X <sub>2</sub>	14	12	11	15	15
	X <sub>3</sub>	15	13	10	19	19
	X <sub>4</sub>	16	14	12	20	20

Ожидаемые значения  $a_{ij}$  матрицы потерь для критерия  $C_3$  (минимизация трудозатрат) представлены в табл. 5.

Таблица 5 - Матрица полезностей для критерия  $C_3$

		Случайные ситуации				
Альтернативы		Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>
	X <sub>1</sub>	4000	3520	3040	5440	5600
	X <sub>2</sub>	4800	4000	3360	5440	5600
	X <sub>3</sub>	4960	4160	3520	5600	5760
	X <sub>4</sub>	5120	4320	3680	5760	5920

После заполнения матриц полезностей(потерь) можно разбить куб на срезы, перпендикулярно каждой оси. Выбор оси зависит от результата, который необходимо получить лицу, принимающему решение.

### Разбиение матрицы на срезы для выбора наилучшей альтернативы по выбранному критерию

Разбиение матрицы на срезы, перпендикулярно оси критериев позволяет узнать, при выборе какой из альтернатив выбранный критерий наиболее точно выполнится вне зависимости от определенных ситуаций. Вид данного сечения представлен на рис. 3.

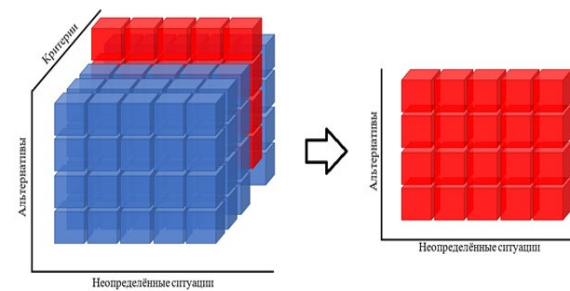


Рисунок 3 - Сечение матрицы перпендикулярно оси критериев

В результате получаем три двумерных матрицы (по количеству критериев):

Для критерия  $C_1$ :

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>
X <sub>1</sub>	13	9	8	10	10
X <sub>2</sub>	15	13	11	12	13
X <sub>3</sub>	18	16	13	15	17
X <sub>4</sub>	20	18	15	18	19

Для критерия  $C_2$ :

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>
X <sub>1</sub>	12	10	8	13	13
X <sub>2</sub>	14	12	11	15	15
X <sub>3</sub>	15	13	10	19	19
X <sub>4</sub>	16	14	12	20	20

Для критерия  $C_3$ :

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>
X <sub>1</sub>	25	22	19	34	35
X <sub>2</sub>	30	25	21	34	35
X <sub>3</sub>	31	26	22	35	36
X <sub>4</sub>	32	27	23	36	37

Для получения наилучшей альтернативы по каждому критерию, воспользуемся критерием Гурвица (критерием пессимизма - оптимизма) [7].

Для критерия  $C_1$  (максимизация прибыли):

Поскольку критерий стремится к максимуму, за оптимальную принимается та альтернатива, для которой выполняется соотношение:  $\max(S_i)$ , где  $S_i$  вычисляется по формуле 1:

$$S_i = y * \min(a_{ij}) + (1-y) * \max(a_{ij}) \quad (1)$$

В качестве значения  $y$  возьмем 0.5.

Рассчитаем  $S_i$ :

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>	min	max	S <sub>i</sub>
X <sub>1</sub>	13	9	8	10	10	8	13	10.5
X <sub>2</sub>	15	13	11	12	13	11	15	13
X <sub>3</sub>	18	16	13	15	17	13	18	15.5
X <sub>4</sub>	20	18	15	18	19	15	20	17.5

Выбираем из (10.5; 13; 15.5; 17.5) максимальный элемент 17.5, соответствующий альтернативе X<sub>4</sub>.

Для критерия C<sub>2</sub> (минимизация расходов):

Поскольку необходимо минимизировать затраты, за оптимальную принимается та альтернатива, для которой выполняется соотношение:  $\min(S_i)$ , где  $S_i$  вычисляется по формуле 1.

Рассчитаем  $S_i$ :

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>	min	max	S <sub>i</sub>
X <sub>1</sub>	12	10	8	13	13	8	13	10.5
X <sub>2</sub>	14	12	11	15	15	11	15	13
X <sub>3</sub>	15	13	10	19	19	10	19	14.5
X <sub>4</sub>	16	14	12	20	20	12	20	16

Выбираем из (10.5; 13; 14.5; 16) минимальный элемент 10.5, соответствующий альтернативе X<sub>1</sub>.

Для критерия C<sub>3</sub> (минимизация количества сотрудников):

Поскольку необходимо минимизировать затраты, за оптимальную принимается та альтернатива, для которой выполняется соотношение:  $\min(S_i)$ , где  $S_i$  вычисляется по формуле 1.

Рассчитаем  $S_i$ :

	Q <sub>1</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>4</sub>	Q <sub>5</sub>	min	max	S <sub>i</sub>
X <sub>1</sub>	25	22	19	34	35	19	35	27
X <sub>2</sub>	30	25	21	34	35	21	35	28
X <sub>3</sub>	31	26	22	35	36	22	36	29
X <sub>4</sub>	32	27	23	36	37	23	37	30

Выбираем из (27; 28; 29; 30) минимальный элемент 27, соответствующий альтернативе X<sub>1</sub>.

### Разбиение матрицы на срезы для выбора наилучшей альтернативы для каждого случайного события

Разбиение матрицы на срезы, перпендикулярно оси неопределенных ситуаций позволяет узнать, какое из неопределенных событий наиболее благоприятно для всех критериев вне зависимости от выбора альтернатив. Вид данного сечения представлен на рис. 4.

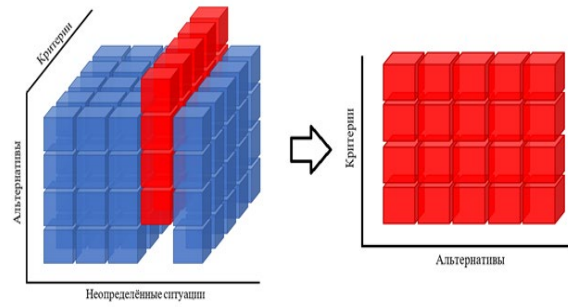


Рисунок 4 - Сечение матрицы перпендикулярно оси случайных событий.

В результате получаем 5 двумерных матриц (по количеству случайных событий):

Для события Q<sub>1</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	13	12	4000
X <sub>2</sub>	15	14	4800
X <sub>3</sub>	18	15	4960
X <sub>4</sub>	20	16	5120

Для события Q<sub>2</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	9	10	3520
X <sub>2</sub>	13	12	4000
X <sub>3</sub>	16	13	4160
X <sub>4</sub>	18	14	4320

Для события Q<sub>3</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	8	8	3040
X <sub>2</sub>	11	11	3360
X <sub>3</sub>	13	10	3520
X <sub>4</sub>	15	12	3680

Для события Q<sub>4</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	10	13	5440
X <sub>2</sub>	12	15	5440
X <sub>3</sub>	15	19	5600
X <sub>4</sub>	18	20	5760

Для события Q<sub>5</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	10	13	5600
X <sub>2</sub>	13	15	5600
X <sub>3</sub>	17	19	5760
X <sub>4</sub>	19	20	5920

В данном случае оценки по критериям даны в разных шкалах измерений (стоимость, количество сотрудников), следовательно, они несоизмеримы между собой. В связи с этим, перед началом решения задачи необходимо провести нормирование оценок [9]. Под нормированием понимается приведение всех критериев к единому масштабу и безразмерному виду. Выполним нормализацию критериев по формулам 2,3:



для критериев, которые стремятся  
к max:

$$Ci'(X) = \frac{Ci(X)}{Ci \max} \quad (2)$$

для критериев, которые стремятся  
к min:

$$Ci'(X) = \frac{Ci \min}{Ci(X)} \quad (3)$$

В результате получаем следующие матрицы:

Для события Q<sub>1</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	0,65	1,00	1,00
X <sub>2</sub>	0,75	0,86	0,83
X <sub>3</sub>	0,90	0,80	0,81
X <sub>4</sub>	1,00	0,75	0,78

Для события Q<sub>2</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	0,50	1,00	1,00
X <sub>2</sub>	0,72	0,83	0,88
X <sub>3</sub>	0,89	0,77	0,85
X <sub>4</sub>	1,00	0,71	0,81

Для события Q<sub>3</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	0,53	1,00	1,00
X <sub>2</sub>	0,73	0,73	0,90
X <sub>3</sub>	0,87	0,80	0,86
X <sub>4</sub>	1,00	0,67	0,83

Для события Q<sub>4</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	0,56	1,00	1,00
X <sub>2</sub>	0,67	0,87	1,00
X <sub>3</sub>	0,83	0,68	0,97
X <sub>4</sub>	1,00	0,65	0,94

Для события Q<sub>5</sub>:

	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	0,53	1,00	1,00
X <sub>2</sub>	0,68	0,87	1,00
X <sub>3</sub>	0,89	0,68	0,97
X <sub>4</sub>	1,00	0,65	0,95

Для получения наилучшей альтернативы по каждому событию, воспользуемся методом целевого программирования [10]. Название этой группы методов связано с тем, что ЛПР задает определенные цели  $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \dots, \bar{f}_k$  для каждого критерия. Задача многокритериальной оптимизации преобразуется в задачу минимизации суммы отклонений с некоторым показателем  $p$  и значение вычисляется по формуле 4:

$$z = \left| \sum_{k=1}^k w_k |f_k(x) - \bar{f}_k| \right|^p \rightarrow \min \quad (4)$$

где  $w_k$  - некоторые весовые коэффициенты, характеризующие важность того или иного критерия.

Задачу можно конкретизировать в зависимости от значений параметра  $p$  и заданных целей. В частности, при  $p=2$  и  $w_k=1$  получим задачу минимизации суммы квадратов отклонений (формула 5):

$$z = \sqrt{\sum_{k=1}^k |f_k(x) - \bar{f}_k|^2} \rightarrow \min, \quad (5)$$

в которой минимизируется евклидово расстояние от множества достижимости  $f$  до «абсолютного максимума»  $f^* = (f_1^*, f_2^*, \dots, f_k^*)$  в пространстве критериев. Здесь  $f_k^* = \max_{x \in D} f_k(x)$ . Для нормированных матриц  $f_k^* = 1$ .

Найдем наилучшие альтернативы для каждого случайного события:

Для события Q<sub>1</sub>:

$$Z_1 = \sqrt{|0.65-1|^2 + |1-1|^2 + |1-1|^2} = 0.35$$

$$Z_2 = \sqrt{|0.75-1|^2 + |0.86-1|^2 + |0.83-1|^2} = 0.33$$

$$Z_3 = \sqrt{|0.9-1|^2 + |0.8-1|^2 + |0.81-1|^2} = 0.3$$

$$Z_4 = \sqrt{|1-1|^2 + |0.75-1|^2 + |0.78-1|^2} = 0.33$$

Минимальное значение  $Z = 0.3$ , соответствующее альтернативе X<sub>3</sub>.

Для события Q<sub>2</sub>:

$$Z_1 = \sqrt{|0.5-1|^2 + |1-1|^2 + |1-1|^2} = 0.5$$

$$Z_2 = \sqrt{|0.72-1|^2 + |0.83-1|^2 + |0.88-1|^2} = 0.35$$

$$Z_3 = \sqrt{|0.89-1|^2 + |0.77-1|^2 + |0.85-1|^2} = 0.3$$

$$Z_4 = \sqrt{|1-1|^2 + |0.71-1|^2 + |0.81-1|^2} = 0.34$$

Минимальное значение  $Z = 0.3$ , соответствующее альтернативе X<sub>3</sub>.

Для события Q<sub>3</sub>:

$$Z_1 = \sqrt{|0.53-1|^2 + |1-1|^2 + |1-1|^2} = 0.47$$

$$Z_2 = \sqrt{|0.73-1|^2 + |0.73-1|^2 + |0.9-1|^2} = 0.39$$

$$Z_3 = \sqrt{|0.87-1|^2 + |0.8-1|^2 + |0.86-1|^2} = 0.28$$

$$Z_4 = \sqrt{|1-1|^2 + |0.67-1|^2 + |0.83-1|^2} = 0.38$$

Минимальное значение  $Z = 0.28$ , соответствующее альтернативе X<sub>3</sub>.

Для события Q<sub>4</sub>:

$$Z_1 = \sqrt{|0.56-1|^2 + |1-1|^2 + |1-1|^2} = 0.44$$

$$Z_2 = \sqrt{|0.67-1|^2 + |0.87-1|^2 + |1-1|^2} = 0.36$$

$$Z_3 = \sqrt{|0.83-1|^2 + |0.68-1|^2 + |0.97-1|^2} = 0.36$$

$$Z_4 = \sqrt{|1-1|^2 + |0.65-1|^2 + |0.94-1|^2} = 0.35$$

Минимальное значение  $Z = 0.35$ , соответствующее альтернативе X<sub>4</sub>.

Для события Q<sub>5</sub>:

$$Z_1 = \sqrt{|0.53-1|^2 + |1-1|^2 + |1-1|^2} = 0.47$$

$$Z_2 = \sqrt{|0.68-1|^2 + |0.87-1|^2 + |1-1|^2} = 0.34$$

$$Z_3 = \sqrt{|0.89-1|^2 + |0.68-1|^2 + |0.97-1|^2} = 0.33$$

$$Z_4 = \sqrt{|1-1|^2 + |0.65-1|^2 + |0.95-1|^2} = 0.35$$

Минимальное значение  $Z = 0.33$ , соответствующее альтернативе  $X_3$ .

### Анализ полученных результатов решения

В результате сечения матрицы по двум осям получаем следующие результаты решения, представленные в таблицах 6-7:

Таблица 6 - Лучшие альтернативы для каждого случайного события

Случайное событие	Лучшая альтернатива
$Q_1$	$X_3$
$Q_2$	$X_3$
$Q_3$	$X_3$
$Q_4$	$X_4$
$Q_5$	$X_3$

Таблица 7 - Лучшие альтернативы для каждого критерия

Критерий	Лучшая альтернатива
$C_1$	$X_4$
$C_2$	$X_1$
$C_3$	$X_1$

Для выбора наилучшей альтернативы предлагается использовать следующие подходы:

- В качестве наилучшего решения выбрать ту альтернативу, которая встречается наибольшее количество раз. Преимуществом данного подхода является простота выбора наилучшей альтернативы. Недостатком – при получении абсолютно разных результатов по различным сечениям невозможно выбрать одну альтернативу.

- В случае, если для каждого сечения получаем абсолютно разные результаты, необходимо построить еще одну задачу принятия решения на основании полученных данных. В результате решения новой задачи, получим наилучшее альтернативное решение. Преимуществом данного подхода является получение наилучшей альтернативы при любых обстоятельствах. Недостатком - сложность формирования новой задачи принятия решения, а именно заполнение новой матрицы полезностей/потерь.

В статье не рассмотрено практическое применение сечения по альтернативам, которое помогает выбрать наилучшую альтернативу по выбранным критериям вне зависимости от того, какое случайное событие наступит. Данное сечение можно применить для заполнения пустых ячеек в новой матрице полезностей/потерь при

использовании подхода 2. Это предположение будет рассмотрено в будущих исследованиях.

### Выводы

В работе представлена задача принятия решения об открытии фирмы или расширения ее сферы деятельности в виде трехмерной модели матрицы полезностей для принятия решения в условиях многокритериальности, а также с учетом случайных факторов, влияющих на результаты решения. Рассмотрено практическое применение алгоритма решения многокритериальной задачи в условиях неопределенности на основе данной модели для организации, предоставляющей интернет-услуги.

На основании предложенных данных построена трехмерная модель матрицы. Используя алгоритм решения задачи на основе 3D-модели, исследованы разбиения матрицы на срезы, перпендикулярные оси критериев и случайных ситуаций. В результате исследования получены альтернативные решения как для каждого случайного события, так и для каждого рассматриваемого критерия.

Применив данную методику, можно выделить следующие преимущества:

- возможность посмотреть на задачу одновременно с нескольких сторон;
- возможность учитывать несколько целей, которые ставит ЛПР при нахождении наилучшего решения.

Недостатком данной методики является громоздкость вычислений для получения оптимального решения. Однако, данный недостаток не является существенным по сравнению с преимуществами методики.

Вопросом дальнейшего исследования является формирования новой задачи принятия решения на основании полученных данных (множества альтернатив по критериям ислучайным событиям) для получения одного наилучшего решения.

### Литература

1. Савкова, Е. О. 3D-модель матрицы полезностей для принятия решения в условиях многокритериальности / Е. О. Савкова, И. В. Матях, А. С. Милая // Сборник научных трудов Донецкого института железнодорожного транспорта, 2018. - № 51. - С. 22-29.
2. Теория принятия решений в 2 т. Том 1 : учебник и практикум для вузов / В. Г. Халин [и др.]; под редакцией В. Г. Халина. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 250 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03486-8.
3. Оразбаев, Б. Б. Теория и методы системного анализа: учебное пособие / Б. Б. Оразбаев, Л. Т. Курмангазиева, Ш. К. Коданова. – М.:

Издательский дом Академии Естествознания, 2017. – 248 с.

4. Матях, И. В. Исследование проблемы выбора минимального набора услуг для расширения деятельности предприятия на примере интернет-провайдера / Е. О. Савкова, И. В. Матях, О. В. Ченгарь // Информатика и кибернетика, 2017. – № 3(9). – С. 94-99.

5. Милая, А. С., Савкова Е. О. Формализация задачи принятия решения об оптимизации работы по обслуживанию клиентов в условиях неопределённости // Электронные информационные системы, 2017. - №1(12). - С. 603-614.

6. Подиновский, В. В. Идеи и методы теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений / В. В. Подиновский. – М. : Наука, 2019. – 103 с. – ISBN 978-5-02-040241-6

7. Бродецкий, Г. Л. Системный анализ в логистике: выбор в условиях неопределенности: учебник для вузов / Г. Л. Бродецкий. - М.: ИЦ «Академия», 2010. - 336 с.

8. Черноруцкий, И. Г. Методы принятия решений: учебное пособие / И. Г. Черноруцкий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 416 с.

9. Афоничкин, А. И., Михаленко Д. Г. Управленческие решения в экономических системах: учебник для вузов. – СПб.: Питер, 2009. – 480 с.

10. Системы поддержки принятия решений: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / под ред. Халина В. Г., Черновой Г. В. - М.: Издательство Юрайт, 2015. - 494 с. - Серия: Бакалавр и магистр. Академический курс.

**Бишаров Д.А., Матях И.В., Савкова Е.О. Исследование 3D-модели матрицы полезностей для принятия решения о целесообразности деятельности интернет-провайдера.** В работе предлагается представить задачу принятия решения об открытии фирмы или расширения ее сферы деятельности в виде трехмерной модели матрицы полезностей в условиях многокритериальности, а также с учетом случайных факторов, влияющих на прибыль предприятия. Рассмотрено практическое применение алгоритма решения многокритериальной задачи в условиях неопределенности на основе данной модели для организации, предоставляющей интернет-услуги населению. На основании предложенных данных построена трехмерная модель матрицы полезностей. Используя алгоритм решения задачи на основе 3D-модели, исследованы разбиения матрицы на срезы, параллельные оси случайных факторов и оси критериев. В результате каждого среза получены двумерные матрицы полезностей.

**Ключевые слова:** многокритериальная задача, случайные факторы, альтернативные решения, 3D-матрица, сечение матрицы.

**Bisharov D.A., Matyakh I.V., Savkova E.O. Investigation of the 3D model of the utility matrix for making a decision on the expediency of an Internet provider.** The paper proposes to present the problem of making a decision on opening a company or expanding its field of activity in the form of a three-dimensional model of the utility matrix in a multi-criteria environment, as well as taking into account random factors affecting the company's profits. The practical application of an algorithm for solving a multi-criteria problem in conditions of uncertainty based on this model for an organization providing Internet services to the public is considered. Based on the proposed data, a three-dimensional model of the utility matrix is constructed. Using an algorithm for solving the problem based on a 3D model, the partitions of the matrix into slices parallel to the axes of random factors and the axes of criteria are investigated. As a result of each slice, two-dimensional utility matrices are obtained.

**Keywords:** multi-criteria problem, random factors, alternative solutions, 3D matrix

Статья поступила в редакцию 21.02.2025  
Рекомендована к публикации профессором Скобцовым Ю. А.