

УДК 62-5, 681.5.015, 004.942

## Синтез и моделирование управления нестационарными участками шахтной вентиляционной сети

О. Ю. Чередникова, Ю. С. Достлев  
Донецкий национальный технический университет  
e-mail: [olga.donntu@gmail.com](mailto:olga.donntu@gmail.com)

### Аннотация

Предложен универсальный закон управления участками шахтной вентиляционной сети, газодинамические свойства которых описываются минимально- и неминимально-фазовыми дифференциальными уравнениями. Синтезирована математическая модель системы управления участками. Определены оптимальные значения параметров настройки предложенного регулятора расхода воздуха системы управления. Аналитическими исследованиями и методами математического моделирования совместно и согласовано показано, что предложенный закон управления обеспечивает корректную обработку заданной уставки при отсутствии загазовывания участков в переходном процессе.

### Введение

Важнейшей задачей оптимизации работы шахтной вентиляционной сети является автоматизация управления вентиляцией участков [1,2]. К текущему моменту времени имеется множество различных постановок задачи поиска оптимального воздухораспределения, разработано множество различных подходов и методов оптимизации воздухораспределения.

Шахтными экспериментами и теоретическими исследованиями показано, что динамические свойства участков значительно изменяются при развитии горных работ на участках. На незначительных объемах выработанного пространства динамические свойства участка как объекта управления описываются дифференциальными уравнениями минимально-фазового типа [3, 4].

Установлено, что при значительной отработке пласта и больших объемах выработанного пространства на участке динамические свойства участка описываются дифференциальными уравнениями неминимально-фазового типа [3, 5].

Шахтными экспериментами и теоретическими исследованиями показано, что эффективное и безопасное по концентрации метана управление на участках минимально-фазового типа обеспечивается при использовании классических законов управления [3]. Однако актуальной научной задачей является синтез безопасной по концентрации метана системы управления участками неминимально-фазового типа, решению которой посвящено настоящее исследование.

### Постановка задачи

В области минимально-фазовых характеристик переходные процессы по концентрации метана на участках описываются дифференциальным уравнением вида [4]:

$$T \frac{dS}{dt} + S = -\tau \frac{dG}{dt} - G, \quad (1)$$

где  $S = (C - C_o) / C_o$ ,  $G = (Q - Q_o) / Q_o$  – безразмерные относительные значения концентрации метана и расхода воздуха на выходе участка, соответственно;  $C_o$ ,  $Q_o$  – концентрация участка и расход воздуха в установившемся режиме, соответственно;  $T$ ,  $\tau$  – постоянная времени участка и коэффициент пропорциональности дифференцирующей составляющей расхода воздуха – управляющего воздействия, соответственно.

Математической модели (1) равносильно дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt}(TS + \tau G) = -G. \quad (2)$$

В силу этого при  $G(t < 0) = 0$ ,  $G(t \geq 0) = G_K = const$ ,  $S(t < 0) = 0$ , согласно (2), получим:

$$S(t = 0) = -(\tau/T) \cdot G_K, \quad (3)$$

где  $S(t = 0)$  – скачок (или всплеск) концентрации метана при форсированном изменении дебита воздуха на участке  $G(t \geq 0) = G_K$ .

После фиксации дебита воздуха на уровне  $G = G_K = const$  при  $t > 0$  переходные процессы по

концентрации метана участка (1) описываются дифференциальным уравнением:

$$T(dS/dt) + S = -G_K, \quad (4)$$

где, согласно (3),  $S(t=0) = -(\tau/T) \cdot G_K$ .

Следовательно, при скачкообразном изменении режима вентиляции на участке (1) переходные процессы по концентрации метана на участке, согласно (4), описываются выражением [6]:

$$S(t \geq 0) = -(\tau/T) \cdot G_K - G_K(1 - \exp(-t/T)), \quad (5)$$

где  $S(t \rightarrow \infty) = (-G_K)$  – установившееся значение концентрации метана на участке при расходе воздуха  $G(t \geq 0) = G_K$ ;  $(-\tau/T) \cdot G_K$  – начальное значение концентрации метана  $S(t=0)$  при скачке дебита воздуха  $G(t=0) = G_K$ ;

$$\text{Sign } S(t=0) = \text{Sign } S(t \rightarrow \infty). \quad (6)$$

Таким образом, согласно (5) и (6), на участках минимально-фазового типа даже при скачкообразном изменении расхода воздуха переходные процессы по концентрации метана имеют однополярный характер, что гарантирует безопасное управление участком при произвольном законе изменения дебита воздуха.

В области неминимально-фазовых параметров участков, переходные процессы по концентрации метана описываются дифференциальным уравнением [5]:

$$T \frac{dS}{dt} + S = \tau \frac{dG}{dt} - G. \quad (7)$$

Уравнению (7) равносильно соотношение

$$\frac{d}{dt}(TS - \tau G) = -G.$$

Следовательно, при  $G(t < 0) = 0$ ,  $S(t < 0) = 0$ ,  $G(t \geq 0) = G_K = \text{const}$  получим:

$$S(t=0) = (\tau/T) \cdot G_K, \quad (8)$$

где  $S(t=0)$  – всплеск концентрации метана на участке при скачкообразном изменении расхода воздуха;  $S(t < 0) = 0$ ,  $G(t < 0) = 0$  – начальные уровни концентрации метана и дебита воздуха на участке.

После фиксации дебита воздуха на постоянном уровне  $G = G_K$  переходные процессы по концентрации метана на участке (7) описываются, согласно (8), дифференциальным уравнением:

$$T \cdot (dS/dt) + S = -G_K, \quad (9)$$

где  $S(t=0) = ((\tau/T) \cdot G_K)$  – начальное условие.

Таким образом, согласно (9), при форсированном изменении расхода воздуха

временные диаграммы участка описываются выражением [6]:

$$S(t \geq 0) = ((\tau/T) \cdot G_K) \cdot \exp(-t/T) - G_K(1 - \exp(-t/T)), \quad (10)$$

где  $((\tau/T) \cdot G_K)$  – начальный всплеск концентрации метана при скачке дебита воздуха  $G(t \geq 0) = G_K$ ;  $S(t \rightarrow \infty) = (-G_K)$  – конечный уровень концентрации метана на участке;

$$\text{Sign}((\tau/T) \cdot GK) \neq \text{Sign}(t \rightarrow \infty).$$

Следовательно, при изменении расхода воздуха на участках неминимально-фазового типа, согласно (10), всплеск и установившиеся значения концентрации метана являются разнополярными, что может вызвать загазирование участка даже при увеличении расхода воздуха. В силу этого на участках неминимально-фазового типа для обеспечения безопасного управления требуется использование специальной автоматической системы регулирования режимов вентиляции участка.

### **Синтез и моделирование безопасного управления проветриванием участков неминимально-фазового типа**

Для формирования желаемого управления концентрацией метана на участках неминимально-фазового типа используем закон управления:

$$G = -(K_N + \frac{1}{T_U p})(S_Z - S) = (K_N + \frac{1}{T_U p})(S - S_Z), \quad (11)$$

где  $K_N$ ,  $T_U$  – параметры регулятора расхода воздуха;  $K = (1 + (K_N \cdot T_U) p)$ ;  $S_Z$ ,  $S$  – заданное и текущее значение концентрации метана на участке, соответственно;  $p$  – оператор дифференцирования.

Тогда, согласно (7) и (11), переходные процессы в замкнутой системе управления вентиляцией участка будут описываться передаточной функцией:

$$S = \frac{K}{T_U p} (S - S_Z) \frac{p-1}{Tp+1}. \quad (12)$$

В силу этого получим:

$$T \cdot T_U \dot{S} + T_U \dot{S} = K (S - S_Z)(\tau p - 1) = K \tau (\dot{S} - \dot{S}_Z) - K (S - S_Z) = K \tau \dot{S} - K \tau \dot{S}_Z + KS - KS_Z - KS,$$

$$\begin{aligned} \text{где } K \tau \dot{S} &= (1 + T_U K_N p) \tau \dot{S} = \tau \dot{S} + T_U K_N \tau \dot{S}; \\ -K \tau \dot{S}_Z &= -(1 + T_U K_N p) \tau \dot{S}_Z = -\tau \dot{S}_Z - T_U K_N \tau \dot{S}_Z; \\ -KS &= -(1 + T_U K_N p) S = -S - T_U K_N \dot{S}; \\ KS_Z &= (1 + T_U K_N p) S_Z = -S_Z - T_U K_N \dot{S}_Z. \end{aligned}$$

Откуда следует:

$$T \cdot T_U \ddot{S} + T_U \dot{S} = \tau \dot{S} + T_U K_N \tau \ddot{S} - \tau \dot{S}_Z - T_U K_N \tau \dot{S}_Z - S - T_U K_N \dot{S} + S_Z + T_U K_N \dot{S}_Z.$$

После преобразований имеем:

$$T T_U \ddot{S} \left(1 - K_N \frac{\tau}{T}\right) + T_U \dot{S} \left(1 + K_N - \frac{\tau}{T_U}\right) + S = S_Z + T_U \dot{S}_Z \left(K_N - \frac{\tau}{T_U}\right) - T_U K_N \tau \dot{S}_Z. \quad (13)$$

Для обеспечения устойчивости системы управления (12), согласно (13), примем [3]:

$$T_U \gg \tau, \quad \frac{\tau}{T_U} \ll K_N < 1. \quad (14)$$

При ограничениях (14) уравнение (13) вырождается в соотношение:

$$T T_U \ddot{S} + T_U \dot{S} (1 + K_N) + S = S_Z + T_U \dot{S}_Z K_N - T_U K_N \tau \dot{S}_Z. \quad (15)$$

Уравнение (15) равносильно соотношению

$$\frac{d}{dt} (T T_U \dot{S} + T_U S (1 + K_N) - T_U S_Z K_N + T_U K_N \tau \dot{S}_Z) = S_Z - S. \quad (16)$$

Для исследования динамических свойств системы управления (15)-(16) рассмотрим режим работы схемы при следующих условиях:

$$S_Z(t \geq 0) = const, \quad S_Z(t < 0) = 0, \quad S(t < 0) = 0, \quad \dot{S}(t < 0) = 0, \quad \dot{S}_Z(t < 0) = 0.$$

Тогда, согласно (16), получим:

$$S(t = 0) = \frac{K_N}{1 + K_N} S_Z(t = 0). \quad (17)$$

Таким образом, согласно (15) и (17), имеем:

$$sign S(t=0) = sign S(t \rightarrow \infty), \quad \text{где } S(t \rightarrow \infty) = S_Z.$$

Таким образом, при скачкообразном изменении задающего воздействия  $S_Z(t=0)$  начальный всплеск концентрации метана на участке  $S(t=0)$  и установившееся значение концентрации метана  $S(t \rightarrow \infty) = S_Z$  имеют одинаковую полярность, что создает предпосылки безопасного управления участком при отработке заданного режима вентиляции участка в системе управления.

Траектория движения системы (15) при  $t > 0$ ,  $S_Z(t > 0) = const$ ,  $\dot{S}_Z(t > 0) = 0$ ,  $\dot{S}_Z(t > 0) = 0$  определяется, согласно (17), дифференциальным уравнением:

$$T T_U \ddot{S} + T_U \dot{S} (1 + K_N) + S = S_Z, \quad (18)$$

где  $S(t = 0) = \frac{K_N}{1 + K_N} S_Z$  – начальное условие.

Следовательно, при оптимальных настройках регулятора расхода воздуха (14) характеристическое уравнение системы (18) имеет вид [3]:

$$T T_U r^2 + T_U a_N r + 1 = 0, \quad (19)$$

где  $a_N = 1 + K_N$ .

В силу этого корни характеристического уравнения системы (19) описываются выражением:

$$r_{1,2} = \frac{-T_U a_N \pm \sqrt{a_N^2 T_U^2 - 4 T T_U}}{2 T T_U} = \frac{T_U a_N (1 \pm \sqrt{1 - 4T / (a_N^2 T_U)})}{2 T T_U} = \frac{-1 \pm \sqrt{d}}{2T / a_N}, \quad (20)$$

где  $d = 1 - 4T / (a_N^2 T_U)$ .

Следовательно, общее и частное решение уравнения (18), согласно (20), имеет вид:

$$S(t) = A_1 \exp(-t/T_1) + A_2 \exp(-t/T_2) + S_Z, \quad (21)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – постоянные интегрирования;  
 $T_{1,2} = \frac{2T / (1 + K_N)}{-1 \pm \sqrt{d}}$ .

Значение постоянных интегрирования  $A_1$  и  $A_2$  определяются решением системы уравнений в соответствии с (17):

$$S(t = 0) = A_1 + A_2 + S_Z = \frac{K_N}{1 + K_N};$$

$$\dot{S}(t = 0) = -A_1/T_1 - A_2/T_2 = 0; S_Z(t \geq 0) = const,$$

где

$$\dot{S}(t) = -A_1/T_1 \cdot \exp(-t/T_1) - A_2/T_2 \cdot \exp(-t/T_2).$$

Откуда получаем:

$$A_1 = -\frac{T_1}{(T_1 - T_2)(1 + K_N)} S_Z, \quad A_2 = \frac{T_2}{(T_1 - T_2)(1 + K_N)} S_Z. \quad (22)$$

Следовательно, согласно (21)-(22), траектория движения системы управления описывается выражением:

$$S(t) = \left( \frac{1}{(T_1 - T_2)(1 + K_N)} (T_2 \exp(-t/T_2) - T_1 \exp(-t/T_1)) + 1 \right) S_Z, \quad (23)$$

и

$$\dot{S}(t) = \frac{S_Z}{(T_1 - T_2)(1 + K_N)} (\exp(-t/T_1) - \exp(-t/T_2)).$$

Таким образом, поскольку согласно (21)  $T_1 > T_2$ , согласно (23), имеем  $sign \dot{S}(t > 0) = sign S_Z$ . Поэтому в системе управления (11) обеспечивается безопасное по концентрации метана управление участком неминимально-фазового типа в течение всего переходного процесса отработки заданной уставки  $S_Z(t \geq 0) = const$ . Результаты моделирования системы управления (11) участком

неминимально-фазового типа (7) показаны на рис.1.

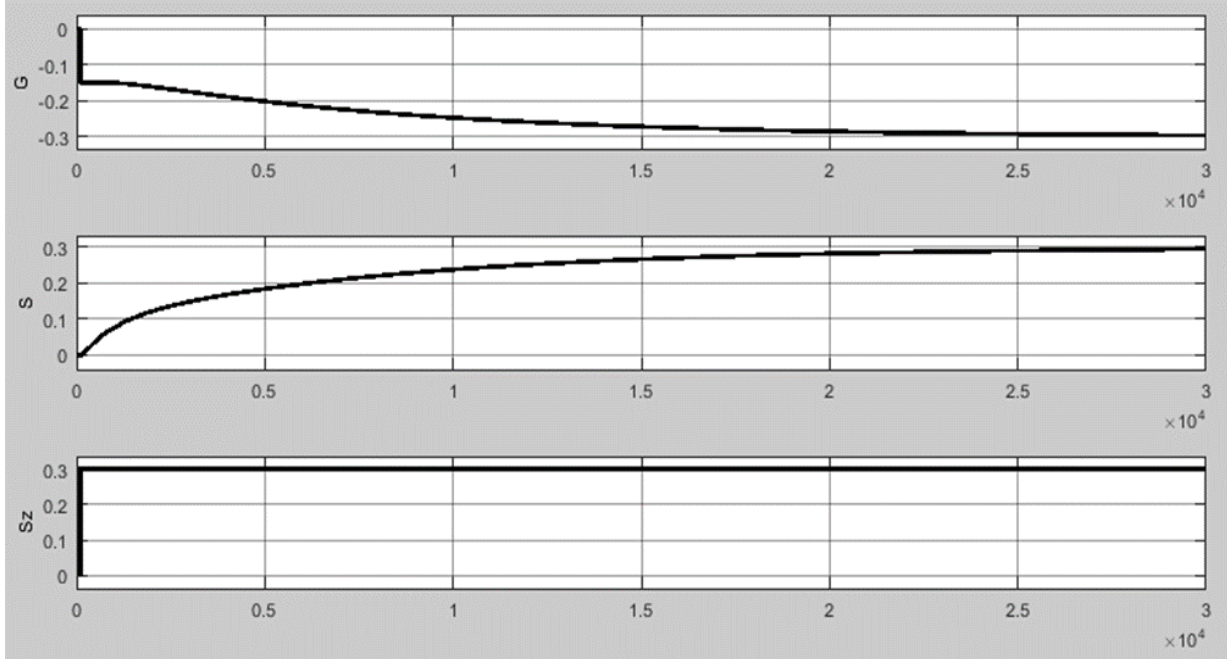


Рисунок 1 – Результаты моделирования процессов управления на участке неминимально-фазового типа при увеличении задающего значения концентрации метана

При этом были использованы следующие параметры участка и модели:  
 $\tau = 300 \text{ сек.}, T = 1200 \text{ сек.},$   
 $T_U = 20 \tau = 6000 \text{ сек.}, K_N = 0,5.$

Графики переходных процессов достаточно адекватно коррелируют с данными проведенных аналитических исследований, что подтверждает корректность выполненных математических исследований.

**Синтез и моделирование системы безопасного управления участком минимально-фазового типа**

Для безопасного управления участками минимально-фазового типа используем закон управления (11). Тогда, согласно (1), передаточная функция системы управления участками минимально-фазового типа будет иметь вид:

$$S = -\frac{K}{T_U p} (S - S_Z) \frac{\tau p + 1}{T p + 1}. \quad (24)$$

Преобразовав (24), получим:

$$T \cdot T_U \ddot{S} + T_U \dot{S} = -KS (\tau p + 1) + K S_Z (\tau p + 1),$$

$$\text{где } KS_Z (\tau p + 1) = (1 + T_U K_N p) (\tau p + 1) S_Z = S_Z + (\tau + T_U K_N) \dot{S}_Z + T_U K_N \tau \ddot{S}_Z;$$

$$-KS (\tau p + 1) = -(1 + T_U K_N p) \tau \dot{S} - (1 + T_U K_N p) S = -S - (T_U K_N + \tau) \dot{S} - T_U K_N \tau \ddot{S};$$

Откуда следует:

$$T T_U \ddot{S} \left(1 + K_N \frac{\tau}{T}\right) + T_U \dot{S} \left(1 + K_N + \frac{\tau}{T_U}\right) + S = S_Z + T_U \dot{S}_Z \left(K_N + \frac{\tau}{T_U}\right) + T_U K_N \tau \ddot{S}_Z. \quad (25)$$

При ограничениях (14) согласно (25), имеем:

$$T T_U \ddot{S} + T_U \dot{S} (1 + K_N) + S = S_Z + T_U \dot{S}_Z K_N + T_U K_N \tau \ddot{S}_Z. \quad (26)$$

Уравнение (26) равносильно соотношению:

$$\frac{d}{dt} (T T_U \dot{S} + T_U S (1 + K_N) - T_U S_Z K_N - T_U K_N \tau \dot{S}_Z) = S_Z - S. \quad (27)$$

При  $S_Z(t \geq 0) = const, S_Z(t < 0) = 0, S(t < 0) = 0, \dot{S}(t < 0) = 0, \dot{S}_Z(t < 0) = 0$  согласно (17) и (27), получим:

$$S(t = 0) = \frac{K_N}{1 + K_N} S_Z(t \geq 0).$$

Следовательно, согласно (26) и (28), при скачкообразном изменении уставки  $S_Z(t \geq 0) = const$  временные графики системы управления (24) описываются дифференциальным уравнением (18).

В силу этого даже при форсированном изменении задающего воздействия процессы управления в системе управления участком

минимально-фазового типа (24) будут, согласно (23), устойчивыми и безопасными по концентрации метана. Результаты

моделирования управления участком минимально-фазового типа при изменении режимов проветривания показаны на рис.2.

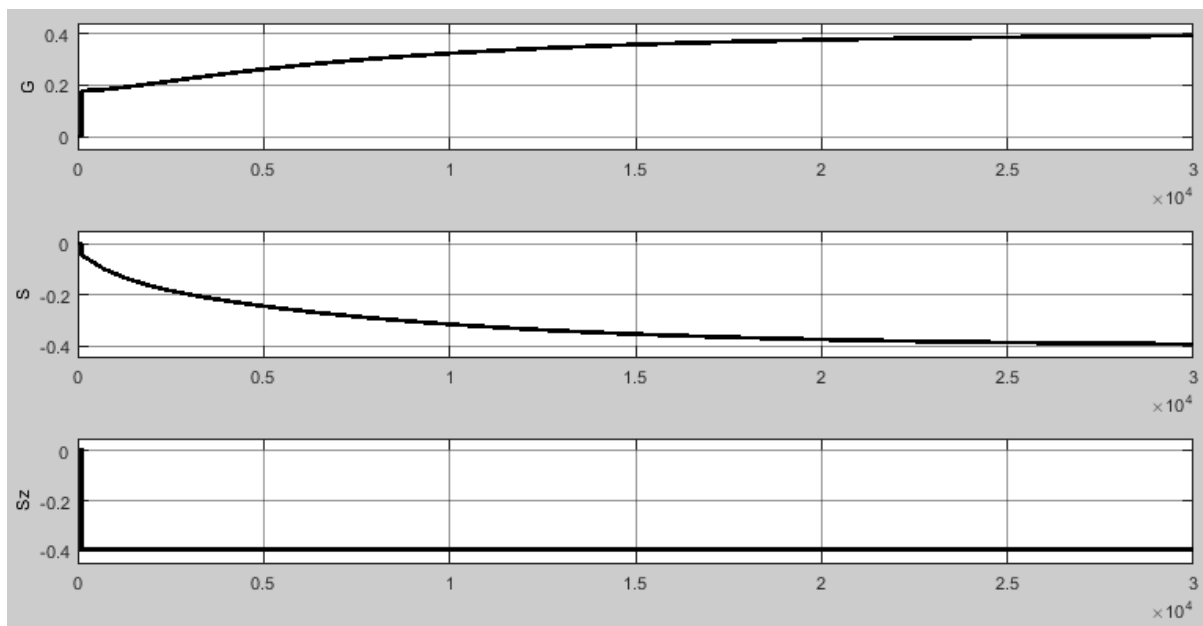


Рисунок 2 – Результаты моделирования управления участком минимально-фазового типа при уменьшении задающего воздействия

Переходные процессы в модели системы управления (24) соответствуют аналитическому решению (23), что подтверждает корректность проведенных аналитических исследований.

### Заключение

В работе использованы совместно аналитические исследования и методы математического моделирования [7-10].

Основные результаты работы сводятся к следующему:

- для всей области определения газодинамических параметров участков шахтной вентиляционной сети предложен универсальный алгоритм управления вентиляцией участка;
- синтезирована математическая модель предложенной системы управления участками;
- обоснованы оптимальные значения параметров регулятора расхода воздуха системы управления участками;
- аналитическими исследованиями и методами математического моделирования совместно и согласованно показано, что предложенный закон управления обеспечивает корректную отработку задающего воздействия при отсутствии загазования участков в переходном режиме.

### Литература

1. Автоматизированное управление вентиляцией шахт и рудников. Проблемы,

современный опыт, направления совершенствования / М. А. Семин, Е. Л. Гришин, Л. Ю. Левин, А. В. Зайцев // Записки Горного института, 2020. - Т. 246. - С. 623-632.

2. Управление вентиляционными потоками в горных выработках подземных рудников на основе математического моделирования аэродинамических процессов / С. А. Козырев, А. В. Осинцева, П. В. Амосов. — Апатиты: КНЦ РАН, 2019. — 114 с.: ил.

3. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – Санкт-Петербург: Профессия, 2003. – 752 с.

4. Чередникова, О. Ю. Исследование переходных процессов в системе управления проветриванием угольных шахт в выемочных участках минимально-фазового типа / О. Ю. Чередникова, Ю. С. Достлев // Информатика и кибернетика. – Донецк: ДонНТУ, 2021. - № 1-2 (23-24). – С. 108-114.

5. Чередникова, О. Ю. Исследование переходных процессов в системе управления проветриванием угольных шахт в выемочных участках неминимально-фазового типа / О. Ю. Чередникова, Ю. С. Достлев // Информатика и кибернетика. – Донецк: ДонНТУ, 2022. - №1 (27). – С. 37-43.

6. Бойко, В. А. Основы теории расчета вентиляции шахт / В. А. Бойко, Н. Ф. Кременчуцкий. – М.: Недра, 1978. - 280 с.

7. Ушаков, В. А. Математическое модели-

рование надежности и эффективности шахтных вентиляционных систем / В. А. Ушаков. – Москва: Высшее горное образование, 2003. – 181 с.

8. Пучков, Л. А. Методы и алгоритмы автоматического управления проветриванием угольных шахт / Л. А. Пучков, Л. А., Бахвалов. – 1992. – 399 с.

9. Каледина, Н. О. Вентиляция производ-

ственных объектов / Н. О. Каледина. – М.: Горное образование, 2008. – 193 с.

10. Чередникова, О. Ю. Синтез и исследование методами математического моделирования систем управления проветриванием выемочных участков угольных шахт / О. Ю. Чередникова, Ю. С. Достлев // Информатика и кибернетика. – Донецк: ДонНТУ, 2019. – № 1(15). - С. 65-74.

*Чередникова О. Ю., Достлев Ю. С. Синтез и моделирование управления нестационарными участками шахтной вентиляционной сети. Предложен универсальный закон управления участками шахтной вентиляционной сети, газодинамические свойства которых описываются минимально- и неминимально-фазовыми дифференциальными уравнениями. Синтезирована математическая модель системы управления участками. Определены оптимальные значения параметров настройки предложенного регулятора расхода воздуха системы управления. Аналитическими исследованиями и методами математического моделирования совместно и согласовано показано, что предложенный закон управления обеспечивает корректную отработку заданной уставки при отсутствии газозаведения участков в переходном процессе.*

**Ключевые слова:** неминимально-фазовый объект, минимально-фазовый объект, моделирование, система управления, концентрация метана, математическая модель

*Cherednikova O. Yu., Dostlev Yu. S. Synthesis and modeling of control of non-stationary sections of a mine ventilation network. A universal control law for sections of a mine ventilation network is proposed, the gas-dynamic properties of which are described by minimal- and non-minimal-phase differential equations. A mathematical model of the site management system has been synthesized. The optimal values of the setting parameters of the proposed air flow controller of the control system are determined. Analytical studies and methods of mathematical modeling jointly and in agreement show that the proposed control law ensures the correct working out of the given setpoint in the absence of gassing of the sections in the transient process.*

**Key words:** non-minimum phase object, minimal phase object, modeling, control system, methane concentration, mathematical model

Статья поступила в редакцию 25.12.2022  
Рекомендуется к публикации профессором Павлышом В. Н.