

УДК 620.17:537.876.23

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.20033398>**Л. П. Вовк, Е. С. Кисель****ВОЛНОВЫЕ ПОЛЯ В ЗАДАЧАХ ДИАГНОСТИКИ
НЕОДНОРОДНЫХ ТЕРМОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ**

Статья посвящена разработке подхода к диагностике скрытых дефектов и неоднородностей в материалах, испытывающих термоупругие напряжения. Основное внимание уделяется анализу особенностей волновых полей, возбуждаемых в таких средах. Установлена корреляция между изменяющимися параметрами среды и модификацией ключевых характеристик волны. Полученные зависимости формируют основу для нового диагностического алгоритма.

Ключевые слова: конечный элемент, численный анализ, математическое моделирование аварийных ситуаций, термоупругость, волновые поля, диагностика, неоднородные среды, численное моделирование, неразрушающий контроль

Для цитирования: Вовк, Л. П. Волновые поля в задачах диагностики неоднородных термоупругих материалов / Л. П. Вовк, Е. С. Кисель // Вести Автомобильно-дорожного института = Bulletin of the Automobile and Road Institute. – 2025. – № 4(55). – С. 33–41. <https://doi.org/10.5281/zenodo.20033398>.

Постановка проблемы

Современные инженерные конструкции и элементы машин (в аэрокосмической отрасли, энергетике, микроэлектронике) часто работают в условиях экстремальных термических и механических нагрузок. Это приводит к возникновению сложных термоупругих напряжений, которые, в свою очередь, могут являться причиной зарождения и развития скрытых дефектов: микротрещин, областей пластической деформации, расслоений в композитах. Своевременное выявление таких неоднородностей критически важно для прогнозирования ресурса и предотвращения аварийных ситуаций.

Существующие методы неразрушающего контроля (ультразвуковые, вибрационные, тепловые) демонстрируют значительные трудности при диагностике материалов в условиях активного термосилового воздействия. Традиционные подходы часто рассматривают материал детали как изотропную и однородную среду, не учитывая существенного влияния градиента температуры на упругие свойства материала и, как следствие, на параметры распространяющегося в нём волнового поля. Изменения скорости, амплитуды, частотного спектра и фронта волн, вызванные неоднородностями, маскируются более сильными эффектами от глобального температурного поля. В результате снижается точность локализации дефектов, падает чувствительность к микронеоднородностям, а интерпретация данных становится сложной и неоднозначной.

Возникает ключевая научно-техническая проблема: отсутствие эффективных методов диагностики скрытых дефектов и неоднородностей непосредственно в условиях действующего термоупругого нагружения, основанных на адекватном физическом описании взаимодействия волнового поля с неоднородной термоупругой средой. Для её решения необходимо разработать подход, который позволит не просто регистрировать волновой отклик, но и корректно выделять из него информативную компоненту, обусловленную именно локальными изменениями свойств материала (дефектами), отделяя её от фонового влияния нестационарного температурного поля. Это требует комплексного исследования закономерностей распространения и трансформации волновых полей в средах с пространственно-переменными термоупругими характеристиками.

Анализ последних исследований и публикаций

В последние годы наблюдается активное развитие методов диагностики материалов, основанных на анализе волновых полей. Исследования в этой области сосредоточены на совершенствовании как экспериментальных методик (лазерная виброметрия, акустическая эмиссия) [1, 2], так и численных подходов для решения обратных задач [3]. Особое внимание уделяется гибридным методам, сочетающим инфракрасную термографию и ультразвуковой контроль [4], что позволяет получать более полную информацию о состоянии материала.

Анализ публикаций показывает, что классические подходы к интерпретации данных волновой диагностики часто оказываются недостаточно эффективными для сильно неоднородных сред, таких как композиты или функционально-градиентные материалы, особенно в условиях температурных градиентов. Традиционные методы, основанные на сравнении с эталонными сигналами, не всегда учитывают сложную взаимосвязь между термоупругими свойствами, динамикой волновых процессов и геометрией объекта.

В качестве перспективного направления в научной литературе выделяется применение методов машинного обучения и глубокого обучения для автоматического выделения признаков дефектов из сложных волновых сигналов [5]. Параллельно развивается направление, связанное с созданием высокоточных конечно-элементных и спектральных моделей, способных адекватно описывать распространение волн в неоднородных средах при термомеханическом нагружении [6]. Эти модели служат основой для создания «цифровых двойников» диагностируемых объектов.

Современный тренд заключается в интеграции физического моделирования, продвинутых численных методов и алгоритмов искусственного интеллекта. Однако, несмотря на значительный прогресс, проблема создания универсального, быстрого и точного диагностического алгоритма для объектов в условиях реального нестационарного термоупругого состояния остаётся актуальной и требует дальнейших исследований, направленных на разработку новых физико-математических моделей и методов обработки сигналов.

Цель исследования

Создание метода волновой диагностики неоднородностей в термоупругих средах на основе анализа искажений волнового поля.

В результате будут решены задачи: моделирование волновых процессов в неоднородной термоупругой среде; исследование влияния параметров дефектов и температуры на характеристики волн; разработка алгоритма обратной задачи для идентификации неоднородностей; верификация метода на численных примерах.

Основной материал исследования

Геометрия, структура и входные параметры модели

Расчётная область представляет собой плоскую двумерную модель прямоугольной пластины размерами 20×5 см. Пластина состоит из трех идеально сцепленных (bonded) зон, образующих симметричную структуру типа Ti-Pb-Ti (рисунок 1).

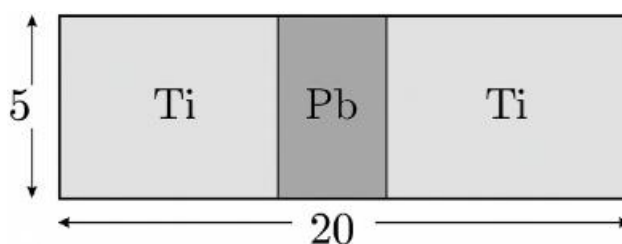


Рисунок 1 – Геометрия расчётного объекта

Центральная свинцовая зона имеет размеры 2×5 см и расположена коаксиально. Крайние титановые зоны идентичны, размером 9×5 см каждая. Материалы моделируются как линейно-упругие изотропные среды. Используемые термомеханические свойства приведены в таблице.

Таблица – Свойства материалов [1, 2]

Свойство	Свинец (Pb)	Титан (Ti, аналог BT1-0)
Модуль Юнга, E, ГПа	16	110
Коэффициент Пуассона, ν	0,44	0,33
Плотность, ρ , кг/м ³	11 340	4 500
Коэффициент теплового расширения, α , 10^{-6} K^{-1}	29,1	8,6
Теплопроводность, k, Вт/(м·К)	35,3	21,9
Удельная теплоёмкость, c, Дж/(кг·К)	129	520

Постановка задачи и численный алгоритм

Задача решалась в два этапа с использованием последовательного связанного анализа в ANSYS Workbench. Данный подход применяется в случаях, когда тепловое воздействие существенно влияет на напряжённо-деформированное состояние конструкции, однако обратное влияние деформаций и напряжений на температурное поле является незначительным, что характерно для большинства задач термоупругости в твердых телах. В рамках тепловой задачи (Transient Thermal) решалось нестационарное уравнение теплопроводности. На левом краю области ($x = 0$) задавалось импульсное тепловое воздействие в виде плотности теплового потока $q(t)$ с амплитудой q_0 и длительностью τ . Остальные границы считались теплоизолированными. Начальная температура всей области принята равной 0°C . Математическая модель задачи имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} -k\Delta T &= \rho c \partial T / \partial t, \\ q(0, y, t) &= q_0 \cdot [H(t) - H(t - \tau)], \\ \partial T / \partial n |_{\Gamma} &= 0 \text{ для других границ } \Gamma, \end{aligned}$$

где $T = T(x, y, t)$ – температура тела, являющаяся функцией координат и времени;

x, y – пространственные координаты;

t – текущее время;

k – коэффициент теплопроводности материала, Вт/(м·°C);

ρ – плотность материала, кг/м³;

c – удельная теплоёмкость материала, Дж/(кг·°C);

Δ – оператор Лапласа (в декартовых координатах);

$q(0, y, t)$ – плотность теплового потока на левой границе ($x = 0$), Вт/м²;

q_0 – амплитудное значение плотности теплового потока;

τ – длительность теплового импульса, с;

$H(t)$ – единичная функция Хевисайда (функция включения);

$\partial T / \partial n$ – производная температуры по направлению внешней нормали к границе;

Γ – обозначение границ области (кроме левой границы $x = 0$).

Динамическая упругая задача (Transient Structural) строилась на основе рассчитанного поля температур $T(x, y, t)$. Решались уравнения движения с учетом сил инерции и тепловых деформаций:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \sigma + \rho \ddot{u} &= 0, \\ \sigma &= C : (\varepsilon - \alpha \Delta T \cdot I), \\ \varepsilon &= \frac{1}{2} [\nabla u + (\nabla u)^T],\end{aligned}$$

где σ – тензор напряжений,
 ε – тензор деформаций,
 C – тензор упругости,
 u, \ddot{u} – вектор перемещений,
 I – единичный тензор.

На нижней грани пластины задано условие отсутствия вертикальных перемещений ($U_y = 0$), а точка в левом нижнем углу зафиксирована от перемещений по осям X и Y для устранения жёсткого движения. Контакт на границах раздела материалов моделировался условием идеального сцепления (Bonded).

Таким образом, для численного решения использовался неявный метод интегрирования по времени, а пространственная дискретизация осуществлялась с помощью метода конечных элементов. Параметры конечно-элементной сетки и шаг по времени подбирались исходя из условий сходимости и необходимости корректного разрешения быстропротекающего процесса теплопроводности в зоне воздействия. Результатом данного этапа стало получение эволюции во времени поля температуры $T(x, y, t)$ для всего диапазона моделирования, которое далее использовалось как тепловая нагрузка в механической задаче.

Параметры сетки и дискретизации

Для пространственной дискретизации использовалась регулярная сетка из квадратных конечных элементов (типа PLANE223 для тепловой и PLANE223/182 для структурной задачи) с характерным размером 0,1 см, обеспечивающим разрешение ожидаемых длин волн. Шаг по времени выбирался на основе условий устойчивости Куранта и составил $\Delta t = 1 \cdot 10^{-7}$ с. Общее время моделирования ($5 \cdot 10^{-4}$ с) превышало время прохождения упругой волны через всю модель.

Результаты распространения температурного поля и обсуждение динамики волнового поля напряжений

Анализ результатов теплового расчёта показал (рисунок 2), что из-за более высокой теплопроводности свинца ($k_{Pb} > k_{Ti}$) температурный фронт в центральной зоне распространяется быстрее. Однако большая объёмная теплоёмкость $(\rho c)_{Pb}$ приводит к меньшему градиенту температуры в этой зоне по сравнению с титановыми областями при одинаковом тепловом потоке.

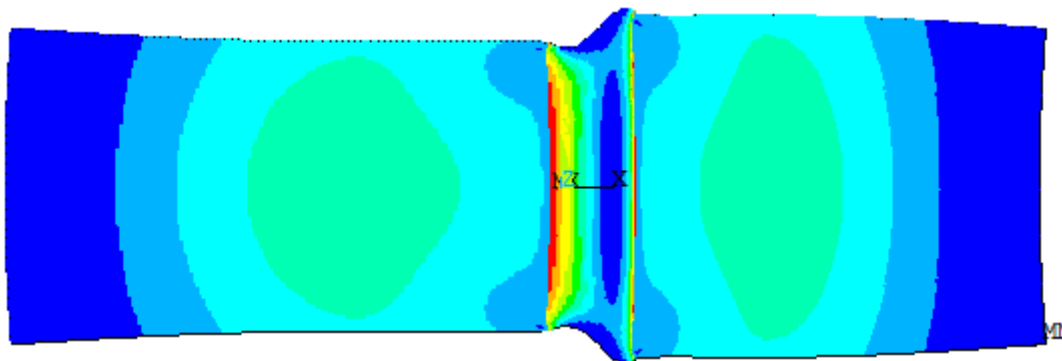


Рисунок 2 – Объёмное расширение материала вблизи левой границы

Импульсный нагрев вызывает быстрое объёмное расширение материала вблизи левой границы, что генерирует волну сжатия, распространяющуюся вправо. При переходе этой волны через границу раздела Ti-Pb наблюдается сложная картина из-за резкого различия акустических импедансов материалов ($Z = \rho \cdot c_s$, где c_s – скорость звука).

На рисунке 3 представлены распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в момент времени t_1 . Видно, что волновой фронт в титане существенно опережает фронт в свинце из-за большей скорости звука.

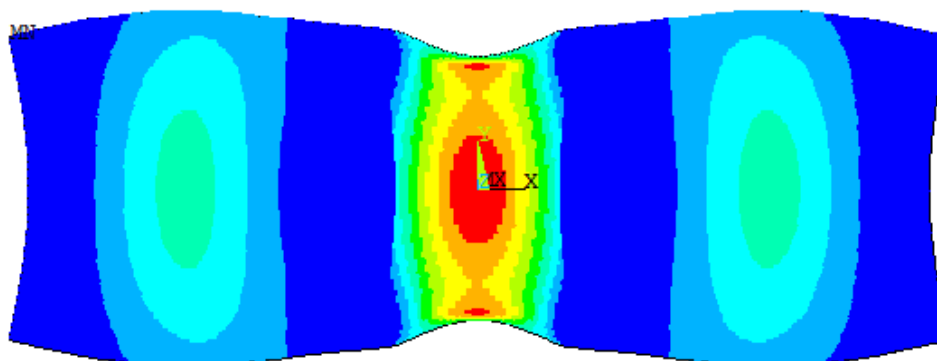


Рисунок 3 – Распределения эквивалентных напряжений по Мизесу в момент времени t_1

1. Волновой фронт визуализируется в виде резкого градиента (скачка) цветовой заливки на контурной карте (например, переход от синего/зеленого к желтому/красному).

2. Положение фронта в Ti: в левой титановой зоне ($9 < x < 0$ см) этот цветовой фронт находится дальше от источника нагрева (левого края). Например, он доходит до координаты $x \approx 7$ см.

3. В центральной свинцовой зоне ($9 < x < 11$ см) волновой фронт заметно ближе к левому интерфейсу. Он находится только на $x \approx 9,5$ см.

4. В правой титановой зоне ($x > 11$ см) волновой фронт, сгенерированный после прохождения через Pb, будет располагаться примерно на $x \approx 13$ см, демонстрируя восстановление скорости после выхода из свинца.

Таким образом, на одном снимке в один момент времени видим три различных положения волнового фронта в трех зонах, что является прямым доказательством различия скоростей распространения упругих возмущений.

На границах раздела ($x = 9$ см и $x = 11$ см) фиксируются экстремальные значения нормальных напряжений σ_{xx} (рисунок 4). Это является следствием двух факторов: 1) разницы коэффициентов теплового расширения ($\alpha_{Pb} > \alpha_{Ti}$), приводящей к стесненному расширению свинца; 2) волновых эффектов – частичного отражения и прохождения волн.

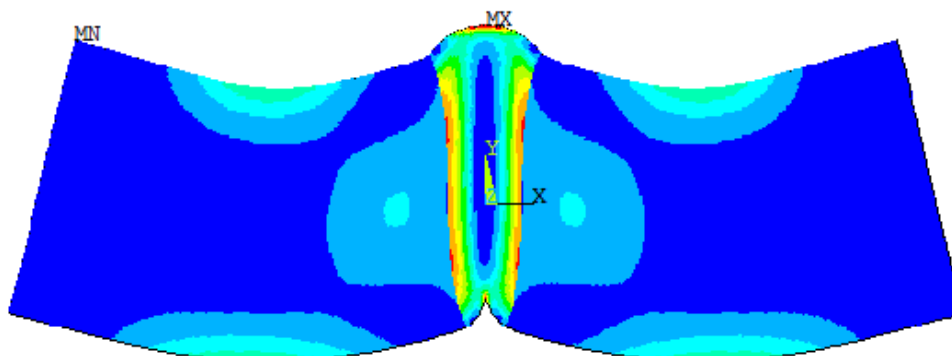


Рисунок 4 – Экстремальные значения нормальных напряжений σ_{xx} на границах областей

Проведём анализ напряжений в угловых точках границы (в геометрических стыках частей пластины, рисунок 5). В таких областях почти всегда наблюдается концентрация напряжений, и причины этого хорошо известны в термомеханике. Это так называемая «сингулярность напряжений», обусловленная геометрическими особенностями.

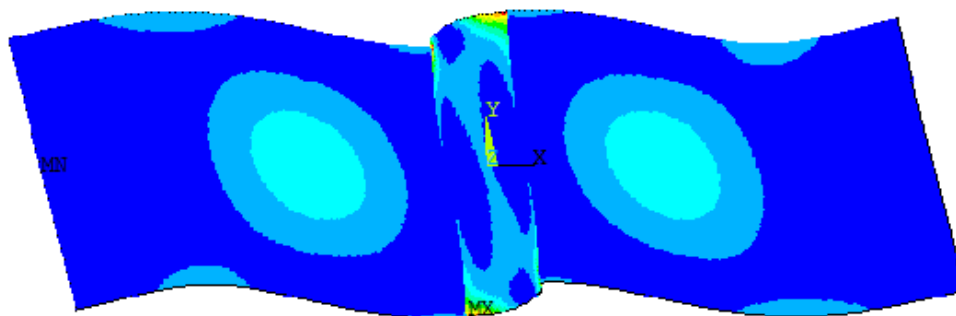


Рисунок 5 – Концентрация напряжений в угловых точках границы

Любой острый угол (и особенно прямой угол) в задаче термоупругости вызывает математическую сингулярность температурного градиента. А поскольку термическое напряжение пропорционально градиентам температуры, то напряжения в модели также стремятся к бесконечности при достаточно мелкой сетке. Это не физическая бесконечность, а особенность идеализированной модели (острый угол, идеально теплоизолированная грань, разрыв условий на стыке). В угловой точке одна грань получила поток, а соседняя – нет, то есть возникает разрыв граничных условий, что приводит к резкому скачку температурного градиента около угла: локальному пику напряжений в механике.

В угловых точках для такой постановки задачи наблюдаются максимальные градиенты температуры; возникают локальные пики термических напряжений; напряжения увеличиваются по мере «уточнения» сетки, что является сигналом сингулярности.

Физически такие пики обычно не имеют реального аналога (в реальных конструкциях нет идеальных острых углов), не несут значимой механической опасности на макроскопическом уровне, проявляются только в численной модели.

Выводы

1. Разработана конечно-элементная модель, позволяющая исследовать нестационарные связанные термоупругие процессы в композитных структурах с резким контрастом свойств.

2. Показано, что импульсный тепловой удар по слоистой структуре Ti-Pb-Ti приводит к генерации сложного неоднородного волнового поля. Ключевую роль в его формировании играют границы раздела, где из-за разницы акустических импедансов и коэффициентов теплового расширения возникают локализованные зоны повышенных напряжений.

3. Установлено, что центральная свинцовая зона, обладающая большим коэффициентом теплового расширения, но меньшей жёсткостью, служит областью аккумуляции и интерференции упругих волн, что приводит к длительным колебательным процессам в напряжённом состоянии.

4. Полученные результаты важны для оценки динамической прочности и ресурса композитных элементов конструкций, работающих в условиях интенсивных тепловых воздействий (авиация, космическая техника, энергетика).

Работа выполнена за счёт средств федерального бюджета.

Список литературы

1. Ступенков, А. В. Новые применения лазерной виброметрии / А. В. Ступенков, П. И. Коротин, А. С. Суворов // Известия Российской Академии наук. Серия физическая. – 2020. – Т. 84, № 6. – С. 824–828.
2. Смирнов, А. С. Акустическая эмиссия в материалах: механизмы генерации волн, применение и технологические особенности неразрушающего контроля / А. С. Смирнов, В. А. Фарафонов, А. Д. Картошкин // Вестник науки. – 2023. – Т. 4, № 5(62). – С. 828–832.

3. Вабищевич, П. Н. Вычислительные методы математической физики: стационарные задачи, обратные задачи и задачи управления / П. Н. Вабищевич. – 3-е изд., испр. – Москва : ЛЕНАНД, 2025. – 623 с. – ISBN 978-5-00237-125-9.
4. Вавилов, В. П. Неразрушающий контроль материалов методами ультразвуковой и индукционной инфракрасной термографии / В. П. Вавилов, Д. А. Нестерук // Инноватика и экспертиза. – 2013. – Вып. 1(10). – С. 40–47.
5. Игнатьев, М. А. Обзор методов машинного обучения для применения в задаче идентификации вида дефекта по вихретоковому сигналу / М. А. Игнатьев // Вестник СГТУ. – 2023. – № 2(97). – С. 19–28.
6. Балакирев, Н. Е. Качественный подход в раскрытии информационного содержания волновых данных / Н. Е. Балакирев, М. М. Фадеев, В. С. Родионов. – Текст : электронный // Труды МАИ. – 2024. – № 136. – С. 7–17. – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kachestvennyy-podhod-v-raskrytii-informatsionnogo-soderzhaniya-volnovykh-dannykh> (дата обращения: 14.11.2025).

References

1. Stupenkov A. V. New Applications of Laser Vibrometry. A. V. Stupenkov, P. I. Korotin, A. S. Suvorov. Izvestiya Rossiiskoi Akademii nauk. Seriya fizicheskaya. [Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physical Series]. 2020. Vol. 84, № 6. Pp. 824–828. (In Russ.)
2. Smirnov A. S. Acoustic Emission in Materials: Wave Generation Mechanisms, Application and Technological Features of Non-destructive Testing. A. S. Smirnov, V. A. Farafonov, A. D. Kartoshkin. Vestnik nauki. [Science Bulletin]. 2023. Vol. 4, № 5(62). Pp. 828–832. (In Russ.)
3. Vabishchevich P. N. Computational Methods of Mathematical Physics: Stationary Problems, Inverse Problems, and Control Problems. 3rd ed., corrected. Moscow : LENAND, 2025. 623 p. ISBN 978-5-00237-125-9. (In Russ.)
4. Vavilov V. P. Non-destructive Testing of Materials Using Ultrasonic and Induction Infrared Thermography. V. P. Vavilov, D. A. Nesteruk. Innovatika i ehkspertiza. [Innovation and Expertise]. 2013. Issue. 1(10). Pp. 40–47. (In Russ.)
5. Ignatiev M. A. Review of Machine Learning Methods for Application in the Problem of Defect Type Identification Based on Eddy Current Signal. Vestnik SGTU. [Bulletin of SSTU]. 2023. № 2(97). Pp. 19–28. (In Russ.)
6. Balakirev N. E. Qualitative Approach to Revealing the Information Content of Wave Data. N. E. Balakirev, M. M. Fadeev, V. S. Rodionov. Trudy MAI. [Proceedings of the Moscow Aviation Institute]. 2024. № 136. Pp. 7–17. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kachestvennyy-podhod-v-raskrytii-informatsionnogo-soderzhaniya-volnovykh-dannykh>

Статья поступила 18.11.2025

© Л. П. Вовк, Е. С. Кисель, 2025

*Рецензент: Е. П. Мельникова, д-р техн. наук, проф.,
Автомобильно-дорожный институт
(филиал) ДонНТУ в г. Горловка*

Л. П. Вовк, Е. С. Кисель

Волновые поля в задачах диагностики неоднородных термоупругих материалов

Статья посвящена разработке метода волновой диагностики скрытых дефектов и неоднородностей в материалах, работающих в условиях интенсивного термоупругого нагружения. Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения достоверности неразрушающего контроля элементов конструкций автомобилей, аэрокосмической техники, энергетического оборудования и микроэлектроники, подверженных одновременному воздействию высоких температур и механических нагрузок.

В работе выполнено численное моделирование связанной термоупругой задачи для композитной структуры Ti-Pb-Ti с использованием метода конечных элементов в среде ANSYS Workbench. Реализован последовательный связанный анализ: на первом этапе решалась нестационарная задача теплопроводности при импульсном тепловом воздействии на левой границе, на втором – динамическая задача термоупругости с учётом полученного температурного поля.

В результате исследования установлены закономерности распространения волновых полей в неоднородной термоупругой среде. Выявлено, что границы раздела материалов с различными теплофизическими и механическими свойствами (титан-свинец) являются источниками вторичных волн и зонами локальной концентрации напряжений. Показано, что центральная свинцовая зона, обладающая высоким коэффициентом теплового расширения и низким модулем упругости, выполняет роль аккумулятора упругой энергии, что приводит к возникновению длительных затухающих колебаний.

Продемонстрировано, что импульсный тепловой удар генерирует волну сжатия, параметры которой (скорость распространения, амплитуда, форма фронта) существенно зависят от акустического импеданса материалов. При переходе через границы раздела наблюдается изменение скорости волнового фронта, что позволяет идентифицировать структурные неоднородности по искажениям волнового поля. Особое внимание уделено анализу концентрации напряжений в угловых точках области, обусловленной сингулярностью температурных градиентов.

Полученные результаты создают основу для разработки диагностического алгоритма, позволяющего по параметрам волнового поля восстанавливать характеристики внутренних неоднородностей материала в условиях действующего термоупругого нагружения. Предложенный подход может быть использован при создании систем мониторинга технического состояния ответственных элементов конструкций, работающих в экстремальных температурных условиях.

КОНЕЧНЫЙ ЭЛЕМЕНТ, ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ, МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВАРИЙНЫХ СИТУАЦИЙ, ТЕРМОУПРУГОСТЬ, ВОЛНОВЫЕ ПОЛЯ, ДИАГНОСТИКА, НЕОДНОРОДНЫЕ СРЕДЫ, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, НЕРАЗРУШАЮЩИЙ КОНТРОЛЬ

L. P. Vovk, E. S. Kisel

Wave Fields in Diagnostics of Inhomogeneous Thermoelastic Materials

The article is devoted to the development of the method for wave diagnostics of hidden defects and inhomogeneities in materials operating under conditions of intense thermoelastic loading. The relevance of the study is determined by the need to improve the reliability of non-destructive testing of structural elements of automobiles, aerospace technology, power equipment and microelectronics, subject to the simultaneous impact of high temperatures and mechanical loads.

This paper presents a numerical simulation of a coupled thermoelastic problem for a Ti-Pb-Ti composite structure using the finite element method in ANSYS Workbench. The sequential coupled analysis is implemented: the first stage solved a transient thermal conductivity problem under pulsed thermal action at the left boundary, and the second stage solved a dynamic thermoelasticity problem taking into account the resulting temperature field.

The study established patterns of wave field propagation in a heterogeneous thermoelastic medium. It is found that interfaces between materials with different thermophysical and mechanical properties (titanium-lead) are sources of secondary waves and zones of localized stress concentration. It is shown that the central lead zone, which has a high coefficient of thermal expansion and a low modulus of elasticity, acts as an accumulator of elastic energy, which leads to the occurrence of long-term damped oscillations.

It is demonstrated that a pulsed thermal shock generates a compression wave, the parameters of which (propagation velocity, amplitude, front shape) depend significantly on the acoustic impedance of the materials. When crossing interfaces, a change in wave front velocity is observed, allowing structural inhomogeneities to be identified based on wave field distortions. Particular attention is paid to the analysis of stress concentrations at the corner points of the area, caused by singularities in temperature gradients.

The obtained results provide the basis for developing a diagnostic algorithm that allows for reconstructing the characteristics of internal material inhomogeneities under thermoelastic loading using wave field parameters. The proposed approach can be used in developing systems for monitoring the technical condition of critical structural elements operating under extreme temperature conditions.

FINITE ELEMENT, NUMERICAL ANALYSIS, MATHEMATICAL MODELLING OF EMERGENCY SITUATIONS, THERMOELASTICITY, WAVE FIELDS, DIAGNOSTICS, INHOMOGENEOUS MEDIA, NUMERICAL MODELLING, NON-DESTRUCTIVE TESTING

Сведения об авторах:

Вовк Леонид Петрович

Доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Математическое моделирование» Автомобильно-дорожного института (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донецкий национальный технический университет» в г. Горловка, ДНР, Российская Федерация,

SPIN-код РИНЦ: 9860-6682

Телефон: +7 949 301-98-55

Эл. почта: leonidvovk166@gmail.com

Кисель Екатерина Сергеевна

Кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры «Математическое моделирование» Автомобильно-дорожного института (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Донецкий национальный технический университет» в г. Горловка, ДНР, Российская Федерация,

SPIN-код РИНЦ: 7676-8943

Телефон: +7 949 443-74-77

Эл. почта: e.s.kisel@gmail.com

Authors' information:**Vovk Leonid Petrovich**

Doctor of Technical Sciences, Professor,

Head of the Chair "Mathematical Modelling" of Automobile and Road Institute (Branch) of the Federal State Budget Educational Institution of Higher Education "Donetsk National Technical University" in Gorlovka, DPR, Russian Federation,

RSCI SPIN: 9860-6682

Phone: +7 949 301-98-55

Email: leonidvovk166@gmail.com

Kisel Ekaterina Sergeevna

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent,

Associate Professor of the Chair "Mathematical Modelling" of Automobile and Road Institute (Branch) of the Federal State Budget Educational Institution of Higher Education "Donetsk National Technical University" in Gorlovka, DPR, Russian Federation,

RSCI SPIN: 7676-8943

Phone: +7 949 443-74-77

Email: e.s.kisel@gmail.com